

Простые и составные числа

группа «Поврче»

1. Докажите, что для всякого натурального n справедливы утверждения:
 - а) существуют n подряд идущих составных чисел;
 - б) существуют n подряд идущих натуральных чисел, среди которых ровно одно простое.
2. Докажите, что при $n \geq 3$ в интервале $(n, n!)$ есть простое число. (Подсказка. Рассмотрите число $n! - 1$.)
3. Объясните, почему простых чисел бесконечно много.
4. Докажите, что существует бесконечно много простых чисел вида: (а) $4k - 1$; (б) $6k - 1$.
5. Занумеруем простые числа в порядке возрастания: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$ и так далее. Докажите, что для любого $n \geq 2$ справедливо неравенство $p_{n+1} \leq p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$.