

## Числа сочетаний

группа «Воче»

1. Из класса, в котором учатся 30 человек, нужно выбрать двоих школьников для участия в математической олимпиаде. Сколькими способами это можно сделать?
2. Попробуйте объяснить следующие свойства:  $C_n^k = C_n^{n-k}$ ,  $C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k$
3. Сколькими способами можно выбрать команду из трёх школьников в классе, в котором учится 30 человек?
4. А давайте попробуем аналогичными рассуждениями получить формулу для  $C_n^k$ .
5. Сколькими способами можно выбрать 4 кружки из 7 имеющихся?
6. У Васи есть 6 книг по математике, а у Пети 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
7. В шахматном кружке занимаются 2 девочки и 7 мальчиков. Для участия в соревновании необходимо составить команду из 4 человек, в которую обязательно должна входить хотя бы одна девочка. Сколькими способами можно это сделать?
8. Теперь попробуйте доказать свойства из номера 2, используя формулу для  $C_n^k$ .
9. Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить из них отряд, состоящий из офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

## Для интересующихся

Следующие задачи могут показаться сложными. Подсказки для них можно и нужно спрашивать у преподавателей.

1. Вспомните формулы сокращённого умножения:  $(a + b)^2$ ,  $(a + b)^3$  и  $(a + b)^4$ .
2. Попробуйте получить формулу для произвольного  $n$ :  $(a + b)^n = \dots$
3. Полученная нами в предыдущем пункте формула называется биномом Ньютона. Давайте попробуем с помощью неё разложить следующее выражение:  $(1 + x)^n$ .
4. А теперь, используя предыдущий номер, попробуйте найти сумму:  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$ .
5. И переменную сумму:  $C_n^0 + C_n^1 - C_n^2 + \dots + (-1)^n C_n^{n-1} + (-1)^{n+1} C_n^n$ .