

Базовый тест

1. Найдите все простые числа, которые отличаются на 17.
2. Экзамены по алгебре, биологии и химии сдавал 41 студент. На алгебре провалилось 12 студентов, на биологии — 5, на химии — 8, на алгебре и биологии — 2, на алгебре и химии — 6, на химии и биологии — 3, и на всех трёх предметах — 1 студент. Сколько студентов сдали все три экзамена?
3. Известно, что выражения $4k+5$ и $9k+4$ при некоторых натуральных значениях k одновременно являются точными квадратами. Какие значения может принимать выражение $7k+4$ при тех же значениях k ?
4. Сколько существует восьмизначных натуральных чисел, у которых каждая цифра кроме крайних равна произведению соседних с ней цифр?
5. Найдите наименьшее число, которое при умножении на число 99999 становится числом из одних единиц.
6. Настя выписала в ряд 17 натуральных чисел. Докажите, что среди них найдутся несколько подряд идущих (возможно, одно), сумма которых делится на 17.
7. В 5 «А» классе учатся 20 детей. Всего в расписании стоит 6 предметов, по которым за четверть все получили только двойки и тройки, причём никакие два ученика не закончили четверть одинаково. Обязательно ли найдутся двое ребят, один из которых учится лучше другого (т.е. по всем предметам имеет оценки не хуже, и хотя бы по одному предмету лучше)?
8. Дано натуральное число n . Пусть d_1, d_2, d_3 и d_4 — его наименьшие различные натуральные делители. Оказалось, что $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$. Чему могло быть равно n ? Укажите все возможные варианты и докажите, что нет других.
9. Клетки прямоугольника 5×44 раскрашены в два цвета. Докажите, что можно выбрать три строки и три столбца так, что все 9 клеток, стоящие на их пересечениях, покрашены в один цвет.
10. Можно ли выписать в ряд все натуральные числа от 1 до 50 так, чтобы для любого k от 1 до 49 сумма первых k чисел в ряду была кратна следующему числу, увеличенному на 1?
11. Докажите, что уравнение $x^2 + y^3 = z^5$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.
12. В стране ОЗ 9 городов, и из каждого выходит по 4 дороги в другие города. Сколько всего дорог в стране?