

Принцип Дирихле

группа «Бобице♥»

1. В школе 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них родились в один день года.
2. Докажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5.
3. 100 человек сидят за круглым столом, причем более половины из них — мужчины. Докажите, что какие-то двое мужчин сидят друг напротив друга.
4. В темной комнате стоит шкаф, в котором лежат 24 чёрных и 24 синих носка.
 - а) Какое минимальное количество носков нужно взять из шкафа, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?
 - б) Какое минимальное количество носков нужно взять, чтобы заведомо можно было составить хотя бы одну пару носков черного цвета?
 - в) Как изменится решение задачи, если в ящике лежат 12 пар чёрных и 12 пар синих ботинок и требуется составить пару одного цвета (как в пункте а) и пару черного цвета (как в пункте б)? Ботинки, в отличие от носков, бывают левыми и правыми.
5. В лесу растут миллион ёлок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что есть две ёлки с одинаковым количеством иголок.
6. Имеется 101 пуговица одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
7. Верно ли, что в вашей аудитории есть по крайней мере два человека, имеющие одинаковое число друзей в этой аудитории?
8. Пятеро молодых рабочих получили на всех зарплату – 1500 рублей. Каждый из них хочет купить себе магнитофон ценой 320 рублей. Докажите, что кому-то из них придется подождать с покупкой до следующей зарплаты.
9. Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели.
10. Докажите, что среди жителей Москвы найдутся десять тысяч, празднующих день рождения в один и тот же день.

11. В алфавите языка племени Ни-Бум-Бум 22 согласных и 11 гласных; словом в этом языке называется произвольное буквосочетание, в котором нет двух согласных подряд и ни одна буква не использована дважды. Алфавит разбили на шесть непустых групп. Докажите, что из всех букв одной из групп можно составить слово.
12. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.