

Графы

группа «Бобице♥»

1. Найдите на картинке 2 графы и укажите чётности их вершин.

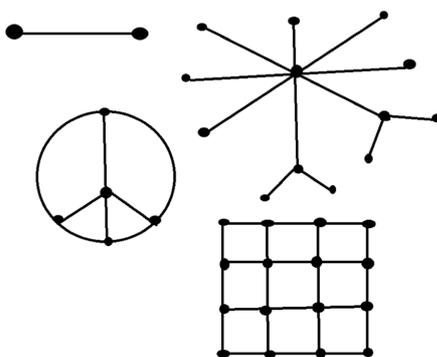


Рис. 1:

2. Докажите лемму о рукопожатиях и её следствие из листочка с определениями.
(Подсказка: как изменится сумма степеней, если убрать одно ребро?)
3. Пройдёмся по шагам:
- нарисуйте полный граф на 5 вершинах;
 - найдите в нём цикл и простой цикл;
 - выберите две вершины, сотрите между ними ребро и найдите теперь между ними путь и простой путь;
 - сколько нужно стереть рёбер в полном графе, чтобы получить дерево? сотрите их;
 - теперь сотрите несколько рёбер так, чтобы дерево распалось на три компоненты связности.
4. Нарисуйте дерево, после чего докажите:
- лемму о висячей вершине;
 - усложнение леммы: в любом дереве найдутся две висячие вершины.
 - Как связано количество рёбер и вершин в дереве? Докажите.
5. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
6. В лагере 208 компьютеров и 1 принтер. К главному компьютеру подсоединён только один провод, к принтеру – 37, а к каждому обычному компьютеру –

по 20 проводов. Всегда ли удастся распечатать листки для кружка с главного компьютера?

В графе все вершины имеют степень пять. Докажите, что в нём есть цикл.

7. Какое наибольшее число рёбер можно перекусить в проволочном каркасе куба так, чтобы каркас не развалился на части?
8. В стране из любого города можно попасть в любой другой, двигаясь по дорогам (возможно, через другие города). Докажите, что можно превратить один из городов в военную базу (закрыв проезд через него) так, что из любого из оставшихся городов по-прежнему можно будет проехать в любой другой.
9. На 8 марта каждый из 10 мальчиков класса подарил по цветку 8 одноклассницам. Известно, что каждая девочка получила по 5 цветков. Сколько всего девочек? *(Попробуйте решить эту задачку именно через графы)*
10. Нарисуйте двудольный граф, где чёрные и белые вершины — это соответственно чёрные и белые клетки доски 3×3 , а рёбра соответствуют ходу коня.



Рис. 2: