

Высокая степень

1. Упростите выражение

$$(2m - 3n)(64m^6 + 96m^5n + 144m^4n^2 + 216m^3n^3 + 324m^2n^4 + 486mn^5 + 729n^6).$$

2. Разложите на множители не менее чем тремя разными способами: $a^{30} + b^{30}$.

3. Какие остатки могут получиться при делении $n^3 + 3$ на $n + 1$ при натуральном $n > 2$?

4. Найдите $x^3 + y^3$, если известно, что $x + y = 5$ и $x + y + x^2y + xy^2 = 24$.

5. a, b — натуральные числа. Докажите, что если числитель и знаменатель дроби $\frac{a^{555} + b^{555}}{a + b}$ делятся на 555, то и сама дробь делится на 555.

6. Докажите, что если $b = a - 1$, то $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \dots (a^{32} + b^{32}) = a^{64} - b^{64}$.

7. Существуют ли такие натуральные x и y , что $x^4y^4 = x^3 + y^3$?