

Делимость

1. После урока Володя поспорил с Сашей, уверяя, что он знает такое натуральное число m , что число $\frac{m}{3} + \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{6}$ нецелое. Прав ли Володя? И если прав, то что это за число?
2. На какую наибольшую степень двойки делится число $10^{20} - 2^{20}$?
3. Докажите, что если $6n + 11m$ делится на 31, то $n + 7m$ также делится на 31.
4. Докажите, что все числа 10017, 100117, 1001117, ... делятся на 53.
5. Каков наибольший возможный общий делитель чисел $9m + 7n$ и $3m + 2n$, если числа m и n не имеют общих делителей, кроме единицы?
6. Доказать, что $n^2 + 3n + 5$ ни при каком целом n не делится на 121.
7. Найдите все пары простых чисел p и q , обладающие следующим свойством: $7p + 1$ делится на q , а $7q + 1$ делится на p .