

# Чётность

## Арифметика чётности

1. Петя сложил несколько чисел, среди которых было  $N$  чётных и  $M$  нечётных. Вы можете спросить у Пети про одно из чисел  $N$  или  $M$ , на ваш выбор, чётное ли оно. Достаточно ли этого, чтобы узнать, чётной или нечётной будет полученная Петей сумма?
2. У короля 19 баронов-вассалов. Может ли оказаться так, что у каждого вассального баронства 1, 5 или 9 соседних баронств?
3. Кузнечик прыгает по прямой. В первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз — на 2 см, и так далее. Сможет ли он оказаться там, где начинал, за 77 прыжков? А за 78? За 79? За 80?
4. Есть 101 монета, из которых 50 фальшивых, отличающихся по весу на 1 грамм от настоящих. Петя взял одну монету и за одно взвешивание на весах со стрелкой, показывающей разность весов на чашках, хочет определить фальшивая ли она. Сможет ли он это сделать?

## Разбиение на пары

5. На доске  $25 \times 25$  расставлены 25 шашек, причем их расположение симметрично относительно обеих главных диагоналей. Докажите, что одна из шашек стоит в центральной клетке.
6. Можно ли все рёбра полного графа с 55 вершинами раскрасить в 54 цвета таким образом, чтобы все рёбра, выходящие из одной вершины, были разного цвета?

## Чередование

7. Ученица 5 класса Катя и несколько ее одноклассников встали в круг, взявшись за руки. Оказалось, что каждый держит за руки либо двух мальчиков, либо двух девочек. Если в кругу стоит пять мальчиков, то сколько там стоит девочек?
8. По кругу написано 7 натуральных чисел. Докажите, что найдутся два соседних числа, сумма которых чётна. Верно ли то же самое для 70 чисел? А для 77?
9. На хоккейном поле лежат три шайбы. Хоккеист бьет по одной из них так, что она пролетает между двумя другими. Так он делает 25 раз. Могут ли после этого шайбы оказаться на исходных местах (каждая на своём)?