

Степени вершин

1. Каждая вершина графа имеет степень 3. Может ли в нём быть ровно 100 ребер?
2. В одном городе любая улица соединяет либо две различные площади, либо площадь с тупиком, либо два тупика. С любой площади выходит ровно 5 улиц. Всего в городе 49 улиц. Какое наименьшее количество тупиков может быть?
3. Дан правильный 45-угольник. Можно ли так расставить в его вершинах цифры от 0 до 9 так, чтобы для любой пары различных цифр нашлась сторона, концы которой занумерованы этими цифрами?
4. Турист, приехавший в Москву поездом, весь день ходил по городу пешком. Очувтившись на одной из площадей, он решил вернуться на вокзал, идя лишь теми улицами, по которым он проходил нечетное число раз. Докажите, что он сможет это сделать.

Деревья

1. Волейбольная сетка имеет вид прямоугольника размером 60×600 клеток. Хулиган хочет разрезать как можно больше веревочек так, чтобы сетка не распалась на отдельные куски. Сколько веревочек ему удастся разрезать?
2. Ребра дерева окрашены в два цвета. Если в какой-то вершине сходятся ребра одного цвета (хотя бы одно), то можно их все перекрасить в другой цвет. Можно ли все дерево сделать одноцветным?
3. Клетчатая плоскость раскрашена десятью красками так, что соседние (т. е. имеющие общую сторону) клетки покрашены в разные цвета, причём все десять красок использованы. Каково минимально возможное число пар соседних красок?