

Комбинаторика (10 класс)

- Сколько существует шестизначных чисел, делящихся на 5?
- Сколькими способами можно разложить семь монет различного достоинства по трём карманам?
- Семнадцать девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

Задачи (нечётные на занятия, чётные самостоятельно)

1. *Физтех–2019, билет 03*

На столе лежат 140 различных карточек с числами 3, 6, 9, ..., 417, 420 (на каждой карточке написано ровно одно число, каждое число встречается ровно один раз). Сколькими способами можно выбрать 2 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 7?

Ответ: 1390

2. *Физтех–2019, билет 04*

На столе лежат 210 различных карточек с числами 2, 4, 6, ..., 418, 420 (на каждой карточке написано ровно одно число, каждое число встречается ровно один раз). Сколькими способами можно выбрать 2 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 7?

Ответ: 3135

3. *Физтех–2018, билет 13*

Найдите количество различных приведённых квадратных трёхчленов (т.е. со старшим коэффициентом, равным 1) с целыми коэффициентами таких, что они имеют два различных корня, являющихся степенями числа 7 с целыми неотрицательными показателями, и при этом их коэффициенты по модулю не превосходят 343^{36} .

Ответ: 2969

4. *Физтех–2018, билет 14*

Найдите количество различных приведённых квадратных трёхчленов (т.е. со старшим коэффициентом, равным 1) с целыми коэффициентами таких, что они имеют два различных корня, являющихся степенями числа 5 с целыми неотрицательными показателями, и при этом их коэффициенты по модулю не превосходят 125^{50} .

Ответ: 5699

5. *Физтех–2017, билет 05*

На сторонах треугольника ABC отметили точки (отличные от A, B, C): 10 — на стороне AB , 11 — на стороне BC , 12 — на стороне CA . Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

Ответ: 4951

6. *Физтех–2017, билет 06*

На сторонах треугольника ABC отметили точки (отличные от A, B, C): 12 — на стороне AB , 9 — на стороне BC , 10 — на стороне CA . Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

Ответ: 4071

7. *Физтех–2015, билет 12*

Дан правильный 16-угольник M . Найдите количество четвёрок вершин этого 16-угольника, являющихся вершинами трапеций.

Ответ: 336

8. *Физтех–2015, билет 13*

Дан правильный 22-угольник M . Найдите количество четвёрок вершин этого 22-угольника, являющихся вершинами трапеций.

Ответ: 990

9. *Физтех–2015, билет 13*

Найдите количество пар целых $(a; b)$ таких, что $1 \leq a \leq 70$, $1 \leq b \leq 50$, и при этом площадь S фигуры, заданной системой неравенств $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \geq 1, x \leq a, y \leq b$ такова, что число $2S$ кратно 5.

Ответ: 1260

10. *Физтех–2015, билет 14*

Найдите количество пар целых $(a; b)$ таких, что $1 \leq a \leq 80$, $1 \leq b \leq 30$, и при этом площадь S фигуры, заданной системой неравенств $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \geq 1, x \leq a, y \leq b$ такова, что число $2S$ кратно 5.

Ответ: 864

Дополнительные задачи

- Сколькими способами можно разбить на две команды группу из 7 мальчиков и 8 девочек так, чтобы в первой команде было 4 мальчика и 3 девочки?

Ответ: 1960

- Имеется множество S , состоящее из n элементов. Сколькими способами можно выбрать в S два подмножества A и B так, чтобы множество A содержалось бы в множестве B ?

Ответ: 3^n