Вводное занятие

1. Найдите все числа вида $\overline{13xy45z}$, которые делятся на 792.
2. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?
3. Дана полоска из 6 клеток. Двое по очереди вписывают цифры в эти клетки. Второй выиграет, если получившееся число делится на 13. (Разрешается, чтобы запись числа начиналась с нуля.) Может ли первый ему помешать?
4. Найдите наименьшее основание системы счисления, в которой одновременно имеют место следующие признаки делимости:
   - число кратно 7 тогда и только тогда, когда сумма его цифр кратна 7;
   - число кратно 9 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, кратно 9.
5. Известно, что $n > 3$, $n \not\vdots\, 2$, $n \not\vdots\, 3$. Какой остаток дает n^2 при делении на 24?
6. Найдите все m и $k \in \mathbb{N}$, удовлетворяющие соотношению $m! + 12 = k^2$.
7. Докажите, что существует бесконечно много простых чисел, дающих при делении на 6 остаток 5.
8. Найдите все $y, z \in \mathbb{Z}$ такие, что $4y + 9z = 1$.
9. Может ли $n!$ оканчиваться на ровно 5 нулей?
10. В ряд выписано двенадцать натуральных чисел:
$$a_1, a_2, ..., a_{12}\ .$$
Докажите, что сумма одного или нескольких рядом стоящих чисел делится на 12.
11. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнение $2x + 5y = xy - 1$.
12. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$.
13. Пусть целые числа a, b, c, d взаимно простые в совокупности. Докажите, что любой простой делитель числа $ad - bc$ является делителем чисел a и c тогда и только тогда, когда при каждом целом значении n числа $an+b$ и $cn+d$ взаимно просты.

Вводное занятие

1. Найдите все числа вида $\overline{13xy45z}$, которые делятся на 792.
2. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?
3. Дана полоска из 6 клеток. Двое по очереди вписывают цифры в эти клетки. Второй выиграет, если получившееся число делится на 13. (Разрешается, чтобы запись числа начиналась с нуля.) Может ли первый ему помешать?
4. Найдите наименьшее основание системы счисления, в которой одновременно имеют место следующие признаки делимости:
   - число кратно 7 тогда и только тогда, когда сумма его цифр кратна 7;
   - число кратно 9 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, кратно 9.
5. Известно, что $n > 3$, $n \not\vdots\, 2$, $n \not\vdots\, 3$. Какой остаток дает n^2 при делении на 24?
6. Найдите все m и $k \in \mathbb{N}$, удовлетворяющие соотношению $m! + 12 = k^2$.
7. Докажите, что существует бесконечно много простых чисел, дающих при делении на 6 остаток 5.
8. Найдите все $y, z \in \mathbb{Z}$ такие, что $4y + 9z = 1$.
9. Может ли $n!$ оканчиваться на ровно 5 нулей?
10. В ряд выписано двенадцать натуральных чисел:
$$a_1, a_2, ..., a_{12}\ .$$
    Докажите, что сумма одного или нескольких рядом стоящих чисел делится на 12.
11. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнение $2x + 5y = xy - 1$.
12. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$.
13. Пусть целые числа a, b, c, d взаимно простые в совокупности. Докажите, что любой простой делитель числа $ad - bc$ является делителем чисел a и c тогда и только тогда, когда при каждом целом значении n числа $an+b$ и $cn+d$ взаимно просты.