МАТЕМАТИКА

Простые числа и факториальность

Шарич Владимир Златкович

Высшая школа экономики

Национальный исследовательский университет

Факультет математики 2018/2019

Единственность НОДа

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \,\vdots\, d_1, d_2,\ \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \,\vdots\, d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d$

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.
Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.
Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.
Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.
Если $r_1 \neq 0$,

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.
Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.
Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.
Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ ↯

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.

Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ $\lightning$ $\quad \Rightarrow d_1 \vdots d$,

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.

Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ ↯ $\quad \Rightarrow d_1 \vdots d$,

$\Rightarrow d = x_1 d_1 = x_1 y_1 d$

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.

Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ ↯ $\quad \Rightarrow d_1 \vdots d$,

$\Rightarrow d = x_1 d_1 = x_1 y_1 d \quad \Rightarrow x_1 y_1 = 1$, т.е. $d_1 \sim d$

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b

$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.

Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.

Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.

Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.

Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ ↯ $\quad \Rightarrow d_1 \vdots d$,

$\Rightarrow d = x_1 d_1 = x_1 y_1 d \quad \Rightarrow x_1 y_1 = 1$, т.е. $d_1 \sim d$

Аналогично, $d_2 \sim d$,

Единственность НОДа

d_1, d_2 — НОДы a и b
$(a, b \vdots d_1, d_2, \mathcal{N}(d_1) = \max = \mathcal{N}(d_2))$

Пусть $d = [d_1, d_2]$, т.е. $d \vdots d_1, d_2$ и $\mathcal{N}(d) = \min$.
Тогда $a, b \vdots d \quad \Rightarrow \mathcal{N}(d_1) = \mathcal{N}(d) = \mathcal{N}(d_2)$.
Разделим $d_1 = dq_1 + r_1$, $\left[\begin{array}{l} r_1 = 0 \\ \mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d) \end{array}\right.$.
Заметим, что $r_1 \vdots d_1$.
Если $r_1 \neq 0$, то $\mathcal{N}(r_1) < \mathcal{N}(d_1)$ ↯ $\quad \Rightarrow d_1 \vdots d$,
$\Rightarrow d = x_1 d_1 = x_1 y_1 d \quad \Rightarrow x_1 y_1 = 1$, т.е. $d_1 \sim d$
Аналогично, $d_2 \sim d$, и, следовательно, $\boxed{d_1 \sim d_2}$.

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell}\ ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell} \; ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

$n = r_1 r_2 \ldots r_k$ и $n = q_1 q_2 \ldots q_m$

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell} \ ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

$n = r_1 r_2 \ldots r_k$ и $n = q_1 q_2 \ldots q_m$
Рассмотрим $(r_1 - q_1) r_2 \ldots r_k$

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell} \ ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

$n = r_1 r_2 \ldots r_k$ и $n = q_1 q_2 \ldots q_m$

Рассмотрим $(r_1 - q_1) r_2 \ldots r_k = q_1 (q_2 \ldots q_m - r_2 \ldots r_k)$

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell} \ ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

$n = r_1 r_2 \ldots r_k$ и $n = q_1 q_2 \ldots q_m$

Рассмотрим $(r_1 - q_1) r_2 \ldots r_k = q_1 (q_2 \ldots q_m - r_2 \ldots r_k)$

Но $r_1 - q_1$, r_2, …, r_k не делятся на q_1

Факториальность

Любое натуральное число $n > 1$ единственным образом представляется в виде

$$n = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_\ell^{\gamma_\ell} \ ,$$

где $p_1 < \ldots < p_\ell$ — простые числа.

$n = r_1 r_2 \ldots r_k$ и $n = q_1 q_2 \ldots q_m$

Рассмотрим $(r_1 - q_1) r_2 \ldots r_k = q_1 (q_2 \ldots q_m - r_2 \ldots r_k)$

Но $r_1 - q_1$, r_2, ..., r_k не делятся на q_1 ↯

Простые числа

Простые числа

В евклидовых кольцах *простой* = *неприводимый*.

Простые числа

В евклидовых кольцах *простой* $=$ *неприводимый*.

Какие из $p \in \mathbb{P}$ остаются простыми в $\mathbb{Z}[\mathrm{i}]$?

Простые числа

В евклидовых кольцах *простой* = *неприводимый*.

Какие из $p \in \mathbb{P}$ остаются простыми в $\mathbb{Z}[\mathrm{i}]$?
Ответ: $p \equiv_4 3$.

Факториальность евклидового кольца

Факториальность евклидового кольца

Факториальность — единственность разложения на простые множители

Факториальность евклидового кольца

Факториальность — единственность разложения на простые множители

Если $ac \vdots b$ и $(a, b) = 1$, то $c \vdots b$.

Факториальность

Факториальность евклидового кольца

Факториальность — единственность разложения на простые множители

Если $ac \vdots b$ и $(a, b) = 1$, то $c \vdots b$.

Действительно, $1 = (a, b) = ak + bm$.

Факториальность евклидового кольца

Факториальность — единственность разложения на простые множители

Если $ac \,\vdots\, b$ и $(a, b) = 1$, то $c \,\vdots\, b$.

Действительно, $1 = (a, b) = ak + bm$.

Поэтому $c = ack + bcm \,\vdots\, b$.

Факториальность евклидового кольца

Факториальность — единственность разложения на простые множители

Если $ac \vdots b$ и $(a, b) = 1$, то $c \vdots b$.

Действительно, $1 = (a, b) = ak + bm$.

Поэтому $c = ack + bcm \vdots b$.

Значит, в любых двух разложениях на простые есть совпадающие.

Факториальность

«Факториально» не значит «евклидово»

«Факториально» не значит «евклидово»

Пример: $\mathbb{C}[t_1, t_2, \ldots, t_k]$.

p–показатели и лемма об уточнении степени

p–показатели

и лемма об уточнении степени

p–показатели

p–показатели

и лемма об уточнении степени

p–показатели

$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}$,

p–показатели

$$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}, \qquad \ln n = \sum_p \nu_p(n) \ln p$$

p–показатели

и лемма об уточнении степени

p–показатели

$$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}, \qquad \ln n = \sum_p \nu_p(n) \ln p$$

$$\nu_p(m!) = \sum_k \left\lfloor \frac{m}{p^k} \right\rfloor$$

Лемма об уточнении степени

p–показатели

и лемма об уточнении степени

p–показатели

$$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}, \qquad \ln n = \sum_p \nu_p(n) \ln p$$

$$\nu_p(m!) = \sum_k \left\lfloor \frac{m}{p^k} \right\rfloor$$

Лемма об уточнении степени

$$\nu_p(x^{mp} - 1) = \nu_p(x^m - 1) + 1$$

p–показатели

и лемма об уточнении степени

p–показатели

$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}, \qquad \ln n = \sum_p \nu_p(n) \ln p$

$$\nu_p(m!) = \sum_k \left\lfloor \frac{m}{p^k} \right\rfloor$$

Лемма об уточнении степени

$$\nu_p(x^{mp} - 1) = \nu_p(x^m - 1) + 1$$

при условии, что $\nu_p(x^m - 1) > 1$

p–показатели и лемма об уточнении степени

p–показатели

$$\nu_p(n) = \max\{k : n \vdots p^k\}, \qquad \ln n = \sum_p \nu_p(n) \ln p$$

$$\nu_p(m!) = \sum_k \left\lfloor \frac{m}{p^k} \right\rfloor$$

Лемма об уточнении степени

$$\nu_p(x^{mp} - 1) = \nu_p(x^m - 1) + 1$$

при условии, что $\nu_p(x^m - 1) > 1$ или $p > 2$.

Постулат Бертрана

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n + 1$, $n + 2$, ..., $2n - 1$ есть простое.

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n + 1$, $n + 2$, ..., $2n - 1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв (Пафнутий Львович)

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв (Пафнутий Львович)
1920 г. : Рамануджан

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n + 1$, $n + 2$, ..., $2n - 1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв (Пафнутий Львович)
1920 г. : Рамануджан (Сриниваса Айенгор)

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв (Пафнутий Львович)
1920 г. : Рамануджан (Сриниваса Айенгор)
1932 г. : Эрдёш

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

1845 г. : Бертран (Жозеф Луи Франсуа)
1852 г. : Чебышёв (Пафнутий Львович)
1920 г. : Рамануджан (Сриниваса Айенгор)
1932 г. : Эрдёш (Пал)

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

$$\prod_{p \le x} p \le 4^{x-1}$$

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

I

$$\prod_{p \le x} p \le 4^{x-1}$$

II

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

I
$$\prod_{p \le x} p \le 4^{x-1}$$

II $\nu_p(C_{2n}^n) \le \log_p(2n)$,

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

I
$$\prod_{p \le x} p \le 4^{x-1}$$

II $\nu_p(C_{2n}^n) \le \log_p(2n), \quad p > \sqrt{2n} \Rightarrow \nu_p(C_{2n}^n) \le 1,$

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

I
$$\prod_{p \le x} p \le 4^{x-1}$$

II $\nu_p(C_{2n}^n) \le \log_p(2n), \quad p > \sqrt{2n} \Rightarrow \nu_p(C_{2n}^n) \le 1,$
$$\frac{2}{3}n < p \le n \Rightarrow \nu_p(C_{2n}^n) = 0$$

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

I
$$\prod_{p \leq x} p \leq 4^{x-1}$$

II $\nu_p(C_{2n}^n) \leq \log_p(2n)$, $\quad p > \sqrt{2n} \Rightarrow \nu_p(C_{2n}^n) \leq 1$,
$$\frac{2}{3}n < p \leq n \Rightarrow \nu_p(C_{2n}^n) = 0$$

III
$$\frac{4^n}{2n} \leq C_{2n}^n \leq \prod_{p \leq \sqrt{2n}} 2n \cdot \prod_{\sqrt{2n} < p \leq \frac{2}{3}n} p \cdot \prod_{n < p \leq 2n} p$$

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

IV Если $\mathbb{P} \cap (n, 2n] = \emptyset$, то $4^n \leq (2n)^{1+\sqrt{2n}} \cdot 4^{\frac{2}{3}n}$.

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

IV Если $\mathbb{P} \cap (n, 2n] = \emptyset$, то $4^n \leq (2n)^{1+\sqrt{2n}} \cdot 4^{\frac{2}{3}n}$.
Но это не так при $n > 4000$.

Постулат Бертрана

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

IV Если $\mathbb{P} \cap (n, 2n] = \emptyset$, то $4^n \leq (2n)^{1+\sqrt{2n}} \cdot 4^{\frac{2}{3}n}$.
Но это не так при $n > 4000$.

V Числа 2, 3, 5, 7, 13, 23, 43, 83, 163, 317, 631, 1259, 2503, 4001 простые.

Для любого $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$
среди чисел $n+1$, $n+2$, ..., $2n-1$ есть простое.

IV Если $\mathbb{P} \cap (n, 2n] = \emptyset$, то $4^n \leq (2n)^{1+\sqrt{2n}} \cdot 4^{\frac{2}{3}n}$.
Но это не так при $n > 4000$.

V Числа 2, 3, 5, 7, 13, 23, 43, 83, 163, 317, 631, 1259, 2503, 4001 простые.

Это было доказательство «из Книги»

Усиление для больших чисел

Усиление для больших чисел

$\forall \varepsilon > 0$

Постулат Бертрана

Усиление для больших чисел

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0$

Постулат Бертрана

Усиление для больших чисел

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \quad \forall n > n_0$

Постулат Бертрана

Усиление для больших чисел

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \quad \forall n > n_0$

в промежутке $(n, n + \varepsilon n]$ есть простое число.

Следует из закона распределения простых чисел.

Закон распределения простых чисел

Закон распределения простых чисел

$\pi(n)$ — количество простых от 1 до n

Закон распределения простых чисел

$\pi(n)$ — количество простых от 1 до n

Теорема Чебышёва

$$\exists C_1, C_2 > 0 \quad \forall n > n_0 \quad C_1 \frac{n}{\ln n} < \pi(n) < C_2 \frac{n}{\ln n}.$$

Закон распределения простых чисел

$\pi(n)$ — количество простых от 1 до n

Теорема Чебышёва

$$\exists C_1, C_2 > 0 \quad \forall n > n_0 \quad C_1 \frac{n}{\ln n} < \pi(n) < C_2 \frac{n}{\ln n}.$$

Закон распределения простых чисел

(Адамар и де ла Валле-Пуссен, 1896 г.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\pi(n)}{n/\ln n} = 1.$$

Удачных занятий математикой!

Шарич В.З.
mathschool.ru/sharich

Фоксфорд

Высшая школа экономики
Национальный исследовательский университет

Математическая школа

Центр Педагогического Мастерства