

# Коллоквиум

На коллоквиуме:

один случайный вопрос из «Делимость и остатки» (5 баллов),

один случайный вопрос из «Цепные дроби, геометрия чисел,  $\mathbb{Z}[x]$ » (5 баллов)

## Делимость и остатки

1. Определение евклидова кольца. Евклидовость  $\mathbb{Z}$  и  $\mathbb{Z}[i]$ .
2. Алгоритм Евклида нахождения НОДа. Линейное представление НОДа.
3. Определение факториального кольца. Факториальность евклидовых колец.
4.  $p$ -показатели и их свойства. Постулат Бертрана (б/д). Теорема Чебышёва (б/д).
5. Теорема Вильсона. Теорема Ферма-Эйлера.
6. Теорема Шевалле-Варнинга.
7. Функция Эйлера и её свойства. Теорема Эйлера.
8. Китайская теорема об остатках.
9. Примитивный вычет по простому модулю.
10. Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности (б/д).

## Цепные дроби, геометрия чисел, $\mathbb{Z}[x]$

11. Континуанты и их свойства.
12. Существование предела подходящих дробей бесконечной цепной дроби.
13. Алгоритм вытягивания носов.
14. Теорема Лагранжа о цепных дробях.
15. Формула Пика.
16. Теорема Бlichфельда. Лемма Минковского.
17. Теорема Кронекера (теорема Дирихле).
18. Теорема Вейля о равномерно распределённой последовательности.
19. Связь неприводимости многочленов над  $\mathbb{Z}$  и над  $\mathbb{Q}$ .
20. Признак Эйзенштейна неприводимости многочлена над  $\mathbb{Z}$ . Признак Дюма (б/д).