

Свойства чисел сочетаний

1. Докажите, что...

а) ... $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$;

б) ... $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$.

2. Докажите, что...

а) ... $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$;

б) ... $(n-k)C_n^k = nC_{n-1}^k$.

3. Свертка Ван дер Монда.

$$\sum_k C_{n_1}^k C_{n_2}^{m-k} = C_{n_1+n_2}^m.$$

4. Докажите, что

$$C_n^m \cdot C_m^k = C_n^k \cdot C_{n-k}^{m-k} = C_n^{m-k} \cdot C_{n-m+k}^k.$$

5. Докажите, что

$$\sum_k C_{n-k}^k = F_{n+1}.$$

6. Докажите, что

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k C_n^k = (-1)^m C_{n-1}^m.$$

7. Пусть p – простое число. Докажите, что:

а) $C_{p+1}^k \equiv_p 0$ при $1 < k < p$;

б) $C_{p-1}^k \equiv_p (-1)^k$ при $0 \leq k \leq p-1$.

Свойства чисел сочетаний

1. Докажите, что...

а) ... $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$;

б) ... $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$.

2. Докажите, что...

а) ... $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$;

б) ... $(n-k)C_n^k = nC_{n-1}^k$.

3. Свертка Ван дер Монда.

$$\sum_k C_{n_1}^k C_{n_2}^{m-k} = C_{n_1+n_2}^m.$$

4. Докажите, что

$$C_n^m \cdot C_m^k = C_n^k \cdot C_{n-k}^{m-k} = C_n^{m-k} \cdot C_{n-m+k}^k.$$

5. Докажите, что

$$\sum_k C_{n-k}^k = F_{n+1}.$$

6. Докажите, что

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k C_n^k = (-1)^m C_{n-1}^m.$$

7. Пусть p – простое число. Докажите, что:

а) $C_{p+1}^k \equiv_p 0$ при $1 < k < p$;

б) $C_{p-1}^k \equiv_p (-1)^k$ при $0 \leq k \leq p-1$.