

Признаки делимости

1. Натуральное число в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что оно делится на 27.
2. Найдите все числа вида $\overline{13xy45z}$, которые делятся на 792.
3. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?
4. В справочнике «Магия для чайников» написано:

Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.

Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
5. На экране компьютера написано число 141. Каждую секунду компьютер перемножает все цифры числа на экране, полученное произведение либо прибавляет к этому числу, либо вычитает из него, а результат появляется на экране вместо исходного числа. Появится ли еще когда-нибудь на экране число 141?
6. В десятичной записи шестизначного числа ровно по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что оно не делится на 11.
7. Докажите, что $\overline{abcdef} : 37$ тогда и только тогда, когда $\overline{abc} + \overline{def} : 37$.
8. Дана полоска из 6 клеток. Двое по очереди вписывают цифры в эти клетки. Второй выиграет, если получившееся число делится на 13. (Разрешается, чтобы запись числа начиналась с нуля.) Может ли первый ему помешать?
9. Опишите все системы счисления, в которых число делится на 4 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 4.
10. Найдите наименьшее основание системы счисления, в которой одновременно имеют место следующие признаки делимости:
 - число кратно 7 тогда и только тогда, когда сумма его цифр кратна 7;
 - число кратно 9 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, кратно 9.

Признаки делимости

1. Натуральное число в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что оно делится на 27.
2. Найдите все числа вида $\overline{13xy45z}$, которые делятся на 792.
3. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?
4. В справочнике «Магия для чайников» написано:

Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.

Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
5. На экране компьютера написано число 141. Каждую секунду компьютер перемножает все цифры числа на экране, полученное произведение либо прибавляет к этому числу, либо вычитает из него, а результат появляется на экране вместо исходного числа. Появится ли еще когда-нибудь на экране число 141?
6. В десятичной записи шестизначного числа ровно по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что оно не делится на 11.
7. Докажите, что $\overline{abcdef} : 37$ тогда и только тогда, когда $\overline{abc} + \overline{def} : 37$.
8. Дана полоска из 6 клеток. Двое по очереди вписывают цифры в эти клетки. Второй выиграет, если получившееся число делится на 13. (Разрешается, чтобы запись числа начиналась с нуля.) Может ли первый ему помешать?
9. Опишите все системы счисления, в которых число делится на 4 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 4.
10. Найдите наименьшее основание системы счисления, в которой одновременно имеют место следующие признаки делимости:
 - число кратно 7 тогда и только тогда, когда сумма его цифр кратна 7;
 - число кратно 9 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, кратно 9.