Общие диофантовы уравнения

0. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения

`(Метод остатков)`	$x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7;$
`(Метод разложения)`	$s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1;$
`(Метод оценок)`	$2uvw + 2v + 2w = 7vw;$
`(Метод спуска)`	$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd;$
`(Комбинированный метод)`	$3^m + 7 = 2^n.$

Метод остатков

1. Докажите, что следующие уравнения не имеют решений в $\mathbb{Z}$:
   (a) $a^2 - 3b^2 = 8;$ (b) $m^2 = 4k + 2 + n^2;$ (c) $15x^2 - 7y^2 = 9;$

Метод разложения

2. Решите в $\mathbb{Z}$
   (a) $ab + 3a - 5b = 18;$ (b) $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7;$ (c) $n^2 + 3n + 24 = m^2;$

3. Найдите все $k \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{P}$ такие, что $3p + 1 = k^3$

Метод оценок

4. При каких целых n будет целым число $\dfrac{n^5 + 3}{n^2 + 1}$?

5. Решите в $\mathbb{N}$ и отдельно в $\mathbb{Z}$ уравнение $abc = ab + bc + ca$.

Метод спуска

6. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения
   (a) $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4;$ (b) $3^n = m^2 + k^2.$

Комбинированный метод

7. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения
   (a) $x^2 = 3^y + 1;$ (b) $2^x + 1 = 3^y;$ (c) $x^3 - 1 = 2^y.$

8. Найдите все натуральные m, k такие, что $1! + 2! + \ldots + k! = m^2$.

Общие диофантовы уравнения

0. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения

`(Метод остатков)`	$x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7;$
`(Метод разложения)`	$s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1;$
`(Метод оценок)`	$2uvw + 2v + 2w = 7vw;$
`(Метод спуска)`	$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd;$
`(Комбинированный метод)`	$3^m + 7 = 2^n.$

Метод остатков

1. Докажите, что следующие уравнения не имеют решений в $\mathbb{Z}$:
   (a) $a^2 - 3b^2 = 8;$ (b) $m^2 = 4k + 2 + n^2;$ (c) $15x^2 - 7y^2 = 9;$

Метод разложения

2. Решите в $\mathbb{Z}$
   (a) $ab + 3a - 5b = 18;$ (b) $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7;$ (c) $n^2 + 3n + 24 = m^2;$
3. Найдите все $k \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{P}$ такие, что $3p + 1 = k^3$

Метод оценок

4. При каких целых n будет целым число $\dfrac{n^5+3}{n^2+1}$?
5. Решите в $\mathbb{N}$ и отдельно в $\mathbb{Z}$ уравнение $abc = ab + bc + ca$.

Метод спуска

6. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения
   (a) $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4;$ (b) $3^n = m^2 + k^2.$

Комбинированный метод

7. Решите в $\mathbb{Z}$ уравнения
   (a) $x^2 = 3^y + 1;$ (b) $2^x + 1 = 3^y;$ (c) $x^3 - 1 = 2^y.$
8. Найдите все натуральные m, k такие, что $1! + 2! + \ldots + k! = m^2$.