

## ПРОЦЕССЫ: Инварианты

**Демонстрационная задача** В каждой клетке таблицы  $4 \times 4$  стоит “+” или “-”. За один ход можно поменять знаки в любой строке или в любом столбце на противоположные. Можно ли через несколько ходов получить таблицу из одних плюсов?

а) 

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
-	+	-	+

б) 

+	+	+	-
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

в) 

+	+	+	-
+	+	+	+
+	+	+	+
-	+	+	+

г) 

+	+	+	-
+	+	-	+
+	-	+	+
-	+	+	+

- Над числами  $1, 2, \dots, n$  можно производить следующую операцию: к любым двум числам прибавить по единице. Можно ли с помощью таких операций сделать все числа равными?
  - $n = 10$ ;
  - $n = 11$ .
- Можно ли из набора  $499, 500, 502$  получить набор  $498, 500, 501$ , если разрешено набор  $a, b, c$  заменять на...
  - $\dots a + b - c, b + c - a, c + a - b$ ?
  - $\dots ab/c, bc/a, ca/b$ ?
- В стране Серобуромалинии живёт 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). По трое хамелеоны не встречаются. Может ли через некоторое время оказаться, что все хамелеоны имеют один цвет?

## ПРОЦЕССЫ: Зацикливания

**Демонстрационная задача** Кубик Рубика вывели из исходного состояния некоторой последовательностью поворотов граней. Докажите, что если повторять эту последовательность поворотов достаточно долго, то кубик в конце концов вернётся в исходное состояние.

- Лягушка прыгает вдоль прямой. Сначала она прыгнула на 1 см, затем на 3 см в том же или в противоположном направлении, затем на 5 см в том же или в другом направлении и т. д. Могло ли случиться так, что она оказалась в исходной точке после 99-го своего прыжка?
- Найдите последнюю цифру числа  $7^{7^7}$ .
- В последовательности  $12340969487\dots$  каждая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырёх.
  - Встретится ли в этой последовательности набор 3589?
  - Встретится ли в этой последовательности набор 0128?

## ПРОЦЕССЫ: Инварианты

**Демонстрационная задача** В каждой клетке таблицы  $4 \times 4$  стоит “+” или “-”. За один ход можно поменять знаки в любой строке или в любом столбце на противоположные. Можно ли через несколько ходов получить таблицу из одних плюсов?

а) 

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
-	+	-	+

б) 

+	+	+	-
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

в) 

+	+	+	-
+	+	+	+
+	+	+	+
-	+	+	+

г) 

+	+	+	-
+	+	-	+
+	-	+	+
-	+	+	+

- Над числами  $1, 2, \dots, n$  можно производить следующую операцию: к любым двум числам прибавить по единице. Можно ли с помощью таких операций сделать все числа равными?
  - $n = 10$ ;
  - $n = 11$ .
- Можно ли из набора  $499, 500, 502$  получить набор  $498, 500, 501$ , если разрешено набор  $a, b, c$  заменять на...
  - $\dots a + b - c, b + c - a, c + a - b$ ?
  - $\dots ab/c, bc/a, ca/b$ ?
- В стране Серобуромалинии живёт 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). По трое хамелеоны не встречаются. Может ли через некоторое время оказаться, что все хамелеоны имеют один цвет?

## ПРОЦЕССЫ: Зацикливания

**Демонстрационная задача** Кубик Рубика вывели из исходного состояния некоторой последовательностью поворотов граней. Докажите, что если повторять эту последовательность поворотов достаточно долго, то кубик в конце концов вернётся в исходное состояние.

- Лягушка прыгает вдоль прямой. Сначала она прыгнула на 1 см, затем на 3 см в том же или в противоположном направлении, затем на 5 см в том же или в другом направлении и т. д. Могло ли случиться так, что она оказалась в исходной точке после 99-го своего прыжка?
- Найдите последнюю цифру числа  $7^{7^7}$ .
- В последовательности  $12340969487\dots$  каждая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырёх.
  - Встретится ли в этой последовательности набор 3589?
  - Встретится ли в этой последовательности набор 0128?