Конструкции

1. Гриб называется плохим, если в нем не менее 10 червей. В лукошке 90 плохих и 10 хороших грибов. Могут ли все грибы стать хорошими после того, как некоторые черви переползут из плохих грибов в хорошие?

2. Можно ли поставить в ряд все натуральные числа от 1 до 100 так, чтобы каждые два соседних числа отличались либо на 2, либо в два раза?

3. Можно ли квадрат разрезать на 9 квадратов и раскрасить их так, чтобы получились 1 белый, 3 серых и 5 чёрных квадратов, причём одноцветные квадраты были бы равны, а разноцветные квадраты – не равны?

4. Дан лист клетчатой бумаги. Каждый узел сетки обозначается некоторой буквой. Каким наименьшим числом различных букв нужно обозначить эти узлы, чтобы на отрезке, идущем по сторонам клеток и соединяющем два узла, обозначенных одинаковыми буквами, находился по меньшей мере один узел, обозначенный одной из других букв?

5. Дан набор одинаковых правильных пятиугольников, при вершинах каждого из которых записаны натуральные числа от 1 до 5 по часовой стрелки. Пятиугольники можно поворачивать и переворачивать. Их сложили в стопку (вершина к вершине), и оказалось, что при всех пяти вершинах суммы чисел одинаковы. Сколько пятиугольников могло быть в этой стопке?

6. Найдите такие 50 натуральных чисел, что ни одно из них не делится на другое, а произведение каждых двух из них делится на любое из оставшихся чисел.

7. Полицейский участок расположен на прямой дороге, бесконечной в обе стороны. Некто угнал старую полицейскую машину, максимальная скорость которой составляет 90% от максимальной скорости новой машины. В некоторый момент в участке спохватились и послали вдогонку полицейского на новой полицейской машине. Однако вот беда: полицейский не знал, ни когда машина была угнана, ни в каком направлении вдоль дороги уехал угонщик. Сможет ли полицейский поймать угонщика?

8. Существуют ли 1998 различных натуральных чисел, произведение каждых двух из которых делится нацело на квадрат их разности?

Конструкции

1. Гриб называется плохим, если в нем не менее 10 червей. В лукошке 90 плохих и 10 хороших грибов. Могут ли все грибы стать хорошими после того, как некоторые черви переползут из плохих грибов в хорошие?

2. Можно ли поставить в ряд все натуральные числа от 1 до 100 так, чтобы каждые два соседних числа отличались либо на 2, либо в два раза?

3. Можно ли квадрат разрезать на 9 квадратов и раскрасить их так, чтобы получились 1 белый, 3 серых и 5 чёрных квадратов, причём одноцветные квадраты были бы равны, а разноцветные квадраты – не равны?

4. Дан лист клетчатой бумаги. Каждый узел сетки обозначается некоторой буквой. Каким наименьшим числом различных букв нужно обозначить эти узлы, чтобы на отрезке, идущем по сторонам клеток и соединяющем два узла, обозначенных одинаковыми буквами, находился по меньшей мере один узел, обозначенный одной из других букв?

5. Дан набор одинаковых правильных пятиугольников, при вершинах каждого из которых записаны натуральные числа от 1 до 5 по часовой стрелки. Пятиугольники можно поворачивать и переворачивать. Их сложили в стопку (вершина к вершине), и оказалось, что при всех пяти вершинах суммы чисел одинаковы. Сколько пятиугольников могло быть в этой стопке?

6. Найдите такие 50 натуральных чисел, что ни одно из них не делится на другое, а произведение каждых двух из них делится на любое из оставшихся чисел.

7. Полицейский участок расположен на прямой дороге, бесконечной в обе стороны. Некто угнал старую полицейскую машину, максимальная скорость которой составляет 90% от максимальной скорости новой машины. В некоторый момент в участке спохватились и послали вдогонку полицейского на новой полицейской машине. Однако вот беда: полицейский не знал, ни когда машина была угнана, ни в каком направлении вдоль дороги уехал угонщик. Сможет ли полицейский поймать угонщика?

8. Существуют ли 1998 различных натуральных чисел, произведение каждых двух из которых делится нацело на квадрат их разности?