

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Разложение, оценки

Демонстрационная задача Решите в \mathbb{Z} уравнения

(Метод разложения) $s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1$;

(Метод оценок) $2uvw + 2v + 2w = 7vw$;

1. Решите в \mathbb{Z}

а) $ab + 3a - 5b = 18$; б) $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7$; в) $n^2 + 3n + 24 = m^2$;

2. Решите в \mathbb{N} и отдельно в \mathbb{Z} уравнение $abc = ab + bc + ca$.

3. При каких целых n будет целым число $\frac{n^5 + 3}{n^2 + 1}$?

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Общие

Демонстрационная задача Решите в \mathbb{Z} уравнения

(Метод остатков) $x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7$;

(Метод спуска) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd$;

(Комбинированный метод) $3^m + 7 = 2^n$.

1. Решите в \mathbb{Z} уравнения

а) $x^2 = 3^y + 1$; б) $2^x + 1 = 3^y$.

2. Найдите все натуральные m, k такие, что $1! + 2! + \dots + k! = m^2$.

3. Докажите, что существует бесконечно много пар натуральных чисел, сумма квадратов которых является четвёртой степенью натурального числа.

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Разложение, оценки

Демонстрационная задача Решите в \mathbb{Z} уравнения

(Метод разложения) $s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1$;

(Метод оценок) $2uvw + 2v + 2w = 7vw$;

1. Решите в \mathbb{Z}

а) $ab + 3a - 5b = 18$; б) $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7$; в) $n^2 + 3n + 24 = m^2$;

2. Решите в \mathbb{N} и отдельно в \mathbb{Z} уравнение $abc = ab + bc + ca$.

3. При каких целых n будет целым число $\frac{n^5 + 3}{n^2 + 1}$?

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Общие

Демонстрационная задача Решите в \mathbb{Z} уравнения

(Метод остатков) $x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7$;

(Метод спуска) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd$;

(Комбинированный метод) $3^m + 7 = 2^n$.

1. Решите в \mathbb{Z} уравнения

а) $x^2 = 3^y + 1$; б) $2^x + 1 = 3^y$.

2. Найдите все натуральные m, k такие, что $1! + 2! + \dots + k! = m^2$.

3. Докажите, что существует бесконечно много пар натуральных чисел, сумма квадратов которых является четвёртой степенью натурального числа.