

Экстремальные задачи в комбинаторике и теории чисел

1. Какое наибольшее количество...
а) ... ладей б) ... королей в) ... слонов г) ... коней д) ... ферзей
... можно расположить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?
2. В тёмной комнате стоит ящик с 10 парами белых ботинок, 20 парами коричневых ботинок и 30 парами чёрных ботинок. Все ботинки одного размера. Какое наименьшее количество ботинок нужно взять вслепую, чтобы среди них наверняка нашлась какая-нибудь одноцветная пара из левого и правого ботинков?
3. По статистике в одном портовом городе 90% населения умеет изъясняться по-английски, 85% — по-немецки, 80% — по-французски и 75% — по-испански. Какой наибольший и наименьший процент населения при этих данных может изъясняться на всех четырех языках сразу?
4. В клетчатом квадрате 10×10 отмечены центры всех единичных квадратиков (всего 100 точек). Какое наименьшее число прямых, не проходящих через отмеченные точки, нужно провести, чтобы разделить все отмеченные точки друг от друга?
5. На какую наибольшую степень пятёрки может делиться число вида $1 \underbrace{0 \dots 0}_k 15625$, где k может быть любым неотрицательным целым числом?
6. Квадрат разбит прямыми на 25 квадратиков-клеток. В некоторых клетках нарисована одна из диагоналей так, что никакие две диагонали не имеют общей точки (даже общего конца). Каково наибольшее возможное число нарисованных диагоналей?
7. В одном городе любая улица соединяет либо две различные площади, либо площадь с тупиком, либо два тупика. С любой площади выходит ровно 5 улиц. Всего в городе 39 улиц. Какое наименьшее количество тупиков может быть?
8. На шахматной доске расставлено несколько ладей. Какое наибольшее число цветов может потребоваться для раскраски ладей так, чтобы ладьи одного цвета не били друг друга?
9. Сколько, самое большее, натуральных чисел, не превосходящих 100, можно выбрать так, чтобы никакие два выбранных числа не делились одно на другое?
10. В компании из 20 человек среди любых трёх есть двое незнакомых. Какое наибольшее количество пар знакомых может быть в этой компании?

Экстремальные задачи в комбинаторике и теории чисел

1. Какое наибольшее количество...
а) ... ладей б) ... королей в) ... слонов г) ... коней д) ... ферзей
... можно расположить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?
2. В тёмной комнате стоит ящик с 10 парами белых ботинок, 20 парами коричневых ботинок и 30 парами чёрных ботинок. Все ботинки одного размера. Какое наименьшее количество ботинок нужно взять вслепую, чтобы среди них наверняка нашлась какая-нибудь одноцветная пара из левого и правого ботинков?
3. По статистике в одном портовом городе 90% населения умеет изъясняться по-английски, 85% — по-немецки, 80% — по-французски и 75% — по-испански. Какой наибольший и наименьший процент населения при этих данных может изъясняться на всех четырех языках сразу?
4. В клетчатом квадрате 10×10 отмечены центры всех единичных квадратиков (всего 100 точек). Какое наименьшее число прямых, не проходящих через отмеченные точки, нужно провести, чтобы разделить все отмеченные точки друг от друга?
5. На какую наибольшую степень пятёрки может делиться число вида $1 \underbrace{0 \dots 0}_k 15625$, где k может быть любым неотрицательным целым числом?
6. Квадрат разбит прямыми на 25 квадратиков-клеток. В некоторых клетках нарисована одна из диагоналей так, что никакие две диагонали не имеют общей точки (даже общего конца). Каково наибольшее возможное число нарисованных диагоналей?
7. В одном городе любая улица соединяет либо две различные площади, либо площадь с тупиком, либо два тупика. С любой площади выходит ровно 5 улиц. Всего в городе 39 улиц. Какое наименьшее количество тупиков может быть?
8. На шахматной доске расставлено несколько ладей. Какое наибольшее число цветов может потребоваться для раскраски ладей так, чтобы ладьи одного цвета не били друг друга?
9. Сколько, самое большее, натуральных чисел, не превосходящих 100, можно выбрать так, чтобы никакие два выбранных числа не делились одно на другое?
10. В компании из 20 человек среди любых трёх есть двое незнакомых. Какое наибольшее количество пар знакомых может быть в этой компании?