

Экстремальные задачи в алгебре и геометрии

1. Иван строит дом. Он хочет построить квадратную комнату так, чтобы её объём был равен 54 м^3 и при этом потратить минимальное количество денег на ламинат и обои. Определите размеры этой комнаты, если...
 - а) ... ламинат стоит в два раза дороже обоев.
 - б) ... ламинат стоит в два раза дешевле обоев.
2. Окно имеет форму прямоугольника, ограниченного сверху полукругом. Периметр окна равен P . Определить радиус полукруга R , при котором площадь окна является наибольшей.
3. Найти наименьшее расстояние между параболой $y = x^2$ и прямой $x - y - 2 = 0$.
4. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{p}{q} + \frac{q}{p}$ при $p, q > 0$.
5. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ при $a, b, c > 0$.
6. Найдите наименьшее значение выражения $t(t+1)(t+2)(t+3)$ при $t \in \mathbb{R}$.
7. $x, y > 0$. Через S обозначим наименьшее из чисел $x, \frac{1}{y}, y + \frac{1}{x}$. Какое максимальное значение может принимать величина S ?
8. В пространстве даны пять точек, никакие четыре из которых не лежат в одной плоскости. Будем говорить, что три точки A, B, C разделяют оставшиеся две точки D, E , если D и E находятся по разные стороны от плоскости, проходящей через A, B, C . Какое наибольшее число разделяющих троек может быть?
9. Известно, что из школьников, сдававших экзамен, не более 9%, но и не менее 8,9% получило пятерку. С другой стороны, трое школьников заведомо получили пятерки. Каково наименьшее число школьников, участвовавших в экзамене? Сколько из них получило 5?
10. Среди всех...
 - а) ... треугольников...
 - б) ... четырёхугольников...
 - в) ... n -угольников...... заданного периметра P найдите тот, у которого наибольшая возможная площадь.
11. Какое наибольшее количество точек самопересечения может иметь замкнутая самизвенная ломаная?

Экстремальные задачи в алгебре и геометрии

1. Иван строит дом. Он хочет построить квадратную комнату так, чтобы её объём был равен 54 м^3 и при этом потратить минимальное количество денег на ламинат и обои. Определите размеры этой комнаты, если...
 - а) ... ламинат стоит в два раза дороже обоев.
 - б) ... ламинат стоит в два раза дешевле обоев.
2. Окно имеет форму прямоугольника, ограниченного сверху полукругом. Периметр окна равен P . Определить радиус полукруга R , при котором площадь окна является наибольшей.
3. Найти наименьшее расстояние между параболой $y = x^2$ и прямой $x - y - 2 = 0$.
4. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{p}{q} + \frac{q}{p}$ при $p, q > 0$.
5. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ при $a, b, c > 0$.
6. Найдите наименьшее значение выражения $t(t+1)(t+2)(t+3)$ при $t \in \mathbb{R}$.
7. $x, y > 0$. Через S обозначим наименьшее из чисел $x, \frac{1}{y}, y + \frac{1}{x}$. Какое максимальное значение может принимать величина S ?
8. В пространстве даны пять точек, никакие четыре из которых не лежат в одной плоскости. Будем говорить, что три точки A, B, C разделяют оставшиеся две точки D, E , если D и E находятся по разные стороны от плоскости, проходящей через A, B, C . Какое наибольшее число разделяющих троек может быть?
9. Известно, что из школьников, сдававших экзамен, не более 9%, но и не менее 8,9% получило пятерку. С другой стороны, трое школьников заведомо получили пятерки. Каково наименьшее число школьников, участвовавших в экзамене? Сколько из них получило 5?
10. Среди всех...
 - а) ... треугольников...
 - б) ... четырёхугольников...
 - в) ... n -угольников...... заданного периметра P найдите тот, у которого наибольшая возможная площадь.
11. Какое наибольшее количество точек самопересечения может иметь замкнутая самизвенная ломаная?