

Комплексные числа и их применение

Задача 1. Вычислите: а) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$; б) $\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7}$

Задача 2. Найдите сумму: а) $\cos \phi + \cos 2\phi + \dots + \cos 2018\phi$;

б) $C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + C_n^8 + \dots$

Задача 3. Докажите, что угол Z_1 треугольника $Z_1Z_2Z_3$ равен аргументу простого отношения $\frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_3}$, а отношение боковых сторон — модулю этого простого отношения.

Указание. Решите сначала для случая когда Z_1 лежит в начале координат.

Задача 4. а) Если комплексное число a имеет модуль 1, то отображение умножения на a , $z \mapsto az$, является поворотом.

б) Задайте в комплексных координатах параллельный перенос. Задайте симметрию относительно оси проходящей через начало координат.

Задача 5. а) Преобразование плоскости вида $z \mapsto az$, для произвольного a является поворотной гомотетией с центром в нуле.

б) Преобразование плоскости вида $z \mapsto az + b$, при $a \neq 0$ и $a \neq 1$ является поворотной гомотетией. Как найти ее центр?

Задача 6 (дополнительная). Докажите, что четыре точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 лежат на одной окружности или одной прямой тогда и только тогда, когда их *двойное отношение* вещественно.

$$\frac{z_1 - z_3}{z_1 - z_4} : \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_4}$$

Комплексные числа и их применение

Задача 1. Вычислите: а) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$; б) $\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7}$

Задача 2. Найдите сумму: а) $\cos \phi + \cos 2\phi + \dots + \cos 2018\phi$;
б) $C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + C_n^8 + \dots$

Задача 3. Докажите, что угол Z_1 треугольника $Z_1Z_2Z_3$ равен аргументу простого отношения $\frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_3}$, а отношение боковых сторон — модулю этого простого отношения.

Указание. Решите сначала для случая когда Z_1 лежит в начале координат.

Задача 4. а) Если комплексное число a имеет модуль 1, то отображение умножения на a , $z \mapsto az$, является поворотом.

б) Задайте в комплексных координатах параллельный перенос. Задайте симметрию относительно оси проходящей через начало координат.

Задача 5. а) Преобразование плоскости вида $z \mapsto az$, для произвольного a является поворотной гомотетией с центром в нуле.

б) Преобразование плоскости вида $z \mapsto az + b$, при $a \neq 0$ и $a \neq 1$ является поворотной гомотетией. Как найти ее центр?

Задача 6 (дополнительная). Докажите, что четыре точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 лежат на одной окружности или одной прямой тогда и только тогда, когда их *двойное отношение* вещественно.

$$\frac{z_1 - z_3}{z_1 - z_4} : \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_4}$$