

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ: Движения

Демонстрационная задача В квадрате $ABCD$ точки K и M принадлежат сторонам BC и CD соответственно, причём AM — биссектриса угла KAD . Докажите, что $AK = DM + BK$.

1. Найдите все движения, которые переводят данный квадрат в себя.
2. Постройте равносторонний треугольник, одна вершина которого лежала бы на данной окружности, другая — на данной прямой, а третья — в данной точке.
3. На плоскости даны прямая ℓ и две точки A и B по одну сторону от неё. На прямой ℓ выбраны точка M , сумма расстояний от которой до точек A и B наименьшая, и точка N , для которой расстояния от A и B равны. Докажите, что точки A , B , M , N лежат на одной окружности.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ: Композиция движений

Демонстрационная задача Пусть движение плоскости переводит фигуру F в фигуру F' . Для каждой пары соответственных точек A и A' рассмотрим середину X отрезка AA' . Докажите, что либо все точки X совпадают, либо все они лежат на одной прямой, либо образуют фигуру, подобную F .

1. На плоскости дан квадрат $ABCD$. Чему равны:
 - а) $\mathcal{R}_B^{90^\circ} \circ \mathcal{T}_{\vec{AB}}$?
 - б) $\mathcal{R}_C^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_B^{90^\circ}$?
 - в) $\mathcal{T}_{\vec{CB}} \circ \mathcal{S}_{CD} \circ \mathcal{S}_{AD}$?
 - г) $\mathcal{R}_D^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_B^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_C^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_A^{90^\circ}$?

2. Теорема Наполеона.

На сторонах остроугольного треугольника ABC внешним образом построены правильные треугольники A_1BC , AB_1C и ABC_1 . Докажите, что треугольник, вершинами которого являются центры правильных треугольников A_1BC , AB_1C и ABC_1 , тоже правильный.

3. На плоскости дана 101 точка, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте какой-нибудь 101-угольник, серединами сторон которого являются данные точки.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ: Движения

Демонстрационная задача В квадрате $ABCD$ точки K и M принадлежат сторонам BC и CD соответственно, причём AM — биссектриса угла KAD . Докажите, что $AK = DM + BK$.

1. Найдите все движения, которые переводят данный квадрат в себя.
2. Постройте равносторонний треугольник, одна вершина которого лежала бы на данной окружности, другая — на данной прямой, а третья — в данной точке.
3. На плоскости даны прямая ℓ и две точки A и B по одну сторону от неё. На прямой ℓ выбраны точка M , сумма расстояний от которой до точек A и B наименьшая, и точка N , для которой расстояния от A и B равны. Докажите, что точки A , B , M , N лежат на одной окружности.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ: Композиция движений

Демонстрационная задача Пусть движение плоскости переводит фигуру F в фигуру F' . Для каждой пары соответственных точек A и A' рассмотрим середину X отрезка AA' . Докажите, что либо все точки X совпадают, либо все они лежат на одной прямой, либо образуют фигуру, подобную F .

1. На плоскости дан квадрат $ABCD$. Чему равны:
 - а) $\mathcal{R}_B^{90^\circ} \circ \mathcal{T}_{\vec{AB}}$?
 - б) $\mathcal{R}_C^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_B^{90^\circ}$?
 - в) $\mathcal{T}_{\vec{CB}} \circ \mathcal{S}_{CD} \circ \mathcal{S}_{AD}$?
 - г) $\mathcal{R}_D^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_B^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_C^{90^\circ} \circ \mathcal{R}_A^{90^\circ}$?

2. Теорема Наполеона.

На сторонах остроугольного треугольника ABC внешним образом построены правильные треугольники A_1BC , AB_1C и ABC_1 . Докажите, что треугольник, вершинами которого являются центры правильных треугольников A_1BC , AB_1C и ABC_1 , тоже правильный.

3. На плоскости дана 101 точка, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте какой-нибудь 101-угольник, серединами сторон которого являются данные точки.