

Защикливание

1. Найдите последнюю цифру числа 7^{7^7} .
2. На доске написано число 29. Сумасшедший робот стирает число x с доски и выписывает вместо него число $\frac{x}{2}$, если x чётное, и $\frac{3x+1}{2}$, если x нечётное. Какое число будет на доске после 1000 операций?
3. О последовательности x_n известно, что $x_n = x_{n-1} - x_{n-2}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$. Найдите x_{1000} .
4. Лягушка прыгает вдоль прямой. Сначала она прыгнула на 1 см, затем на 3 см в том же или в противоположном направлении, затем на 5 см в том же или в другом направлении и т. д. Могло ли случиться так, что она оказалась в исходной точке после 99-го своего прыжка?
5. На плоскости лежат три шайбы. Хоккеист бьет по одной из них так, чтобы она прошла между двумя другими и остановилась в некоторой точке. Можно ли все шайбы вернуть на свои места после 77 ударов?
6. В последовательности 12340969487... каждая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырёх. Встретится ли в этой последовательности набор 3589? Встретится ли в этой последовательности набор 0128?
7. Кубик Рубика вывели из исходного состояния некоторой последовательностью поворотов граней. Докажите, что если повторять эту последовательность поворотов достаточно долго, то кубик в конце концов вернётся в исходное состояние.
8. Некое государство всегда существовало и всегда будет существовать. Каждый день в этом государстве либо идёт дождь, либо бушует буря, либо светит солнце. Известно, что погода в данный день однозначно определяется погодой за предшествующую неделю. Всю последнюю неделю шёл дождь. Докажите, что и до и после этого дождливых недель было бесконечно много.
9. Докажите, что для всякого натурального n в ряду Фибоначчи существует бесконечно много чисел, кратных n .

Защикливание

1. Найдите последнюю цифру числа 7^{7^7} .
2. На доске написано число 29. Сумасшедший робот стирает число x с доски и выписывает вместо него число $\frac{x}{2}$, если x чётное, и $\frac{3x+1}{2}$, если x нечётное. Какое число будет на доске после 1000 операций?
3. О последовательности x_n известно, что $x_n = x_{n-1} - x_{n-2}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$. Найдите x_{1000} .
4. Лягушка прыгает вдоль прямой. Сначала она прыгнула на 1 см, затем на 3 см в том же или в противоположном направлении, затем на 5 см в том же или в другом направлении и т. д. Могло ли случиться так, что она оказалась в исходной точке после 99-го своего прыжка?
5. На плоскости лежат три шайбы. Хоккеист бьет по одной из них так, чтобы она прошла между двумя другими и остановилась в некоторой точке. Можно ли все шайбы вернуть на свои места после 77 ударов?
6. В последовательности 12340969487... каждая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырёх. Встретится ли в этой последовательности набор 3589? Встретится ли в этой последовательности набор 0128?
7. Кубик Рубика вывели из исходного состояния некоторой последовательностью поворотов граней. Докажите, что если повторять эту последовательность поворотов достаточно долго, то кубик в конце концов вернётся в исходное состояние.
8. Некое государство всегда существовало и всегда будет существовать. Каждый день в этом государстве либо идёт дождь, либо бушует буря, либо светит солнце. Известно, что погода в данный день однозначно определяется погодой за предшествующую неделю. Всю последнюю неделю шёл дождь. Докажите, что и до и после этого дождливых недель было бесконечно много.
9. Докажите, что для всякого натурального n в ряду Фибоначчи существует бесконечно много чисел, кратных n .