

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Вокруг НОДа

**Демонстрационная задача** Каким может быть  $(3m - k, 5k + 2m)$ , если известно, что числа  $m$  и  $k$  взаимно просты?

1. Какие значения может принимать выражение  $35u - 21v$  при целых  $u$  и  $v$ ?

2. При каких целых  $n$  сократима дробь  $\frac{4n + 5}{7n + 3}$ ?

3. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$ ;

б)  $3^n = m^2 + k^2$ .

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Линейные

**Демонстрационная задача** Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $2x + 3y = 7$  ;

б)  $6x - 9y = 11$  ;

в)  $-21x - 35y = 14$  .

1. Сколько существует пар  $(s, t)$  целых чисел таких, что  $5s + 9t = 7$  и  $|2s - 3t| < 100$ ?

2. Докажите, что уравнение  $ax + by = c$  имеет решение в целых числах тогда и только тогда, когда уравнение  $ax + by = c - 2a - 3b$  имеет решение в целых числах.

3. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнение  $2x + 3y + 5z = 11$ .

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Вокруг НОДа

**Демонстрационная задача** Каким может быть  $(3m - k, 5k + 2m)$ , если известно, что числа  $m$  и  $k$  взаимно просты?

1. Какие значения может принимать выражение  $35u - 21v$  при целых  $u$  и  $v$ ?

2. При каких целых  $n$  сократима дробь  $\frac{4n + 5}{7n + 3}$ ?

3. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$ ;

б)  $3^n = m^2 + k^2$ .

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Линейные

**Демонстрационная задача** Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $2x + 3y = 7$  ;

б)  $6x - 9y = 11$  ;

в)  $-21x - 35y = 14$  .

1. Сколько существует пар  $(s, t)$  целых чисел таких, что  $5s + 9t = 7$  и  $|2s - 3t| < 100$ ?

2. Докажите, что уравнение  $ax + by = c$  имеет решение в целых числах тогда и только тогда, когда уравнение  $ax + by = c - 2a - 3b$  имеет решение в целых числах.

3. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнение  $2x + 3y + 5z = 11$ .