

Движения плоскости

1. Две равные окружности диаметра d пересекаются в точках M и N . Пусть A и B — точки пересечения серединного перпендикуляра к отрезку MN с этими окружностями, лежащие по одну сторону от прямой MN . Докажите, что $MN^2 + AB^2 = d^2$.
2. Найдите все движения, которые переводят данный квадрат в себя.
3. На плоскости даны прямая ℓ и две точки A и B по одну сторону от неё.
 - (a) Луч света, выпущенный из точки A , отразился от прямой ℓ (по принципу «угол падения равен углу отражения») и попал в точку B . Найдите точку, в которой произошло отражение.
 - (b) На прямой ℓ выбраны точка M , сумма расстояний от которой до точек A и B наименьшая, и точка N , для которой расстояния от A и B равны (т.е. $AN = BN$). Докажите, что точки A, B, M, N лежат на одной окружности.
4. Постройте равносторонний треугольник, одна вершина которого лежала бы на данной окружности, другая — на данной прямой, а третья — в данной точке.
5. Шестиугольник $ABCDEF$ правильный, точки K и M — середины отрезков BD и EF . Докажите, что треугольник AMK правильный.
6. На клетчатой бумаге лежит фигура площади меньшей 1. Покажите, что можно подвинуть ее так, чтобы вершины клеток ею не накрывались.
7. На координатной плоскости даны:
 - прямая $2x - 3y = 1$,
 - окружность $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$,
 - парабола $x = y^2$.

Куда перейдут эти фигуры ...

- (a) ... при параллельном переносе на вектор $(-1, 0)$?
- (b) ... при повороте на 90° с центром в начале координат?
- (c) ... при симметрии относительно оси ординат?

Движения плоскости

1. Две равные окружности диаметра d пересекаются в точках M и N . Пусть A и B — точки пересечения серединного перпендикуляра к отрезку MN с этими окружностями, лежащие по одну сторону от прямой MN . Докажите, что $MN^2 + AB^2 = d^2$.
2. Найдите все движения, которые переводят данный квадрат в себя.
3. На плоскости даны прямая ℓ и две точки A и B по одну сторону от неё.
 - (a) Луч света, выпущенный из точки A , отразился от прямой ℓ (по принципу «угол падения равен углу отражения») и попал в точку B . Найдите точку, в которой произошло отражение.
 - (b) На прямой ℓ выбраны точка M , сумма расстояний от которой до точек A и B наименьшая, и точка N , для которой расстояния от A и B равны (т.е. $AN = BN$). Докажите, что точки A, B, M, N лежат на одной окружности.
4. Постройте равносторонний треугольник, одна вершина которого лежала бы на данной окружности, другая — на данной прямой, а третья — в данной точке.
5. Шестиугольник $ABCDEF$ правильный, точки K и M — середины отрезков BD и EF . Докажите, что треугольник AMK правильный.
6. На клетчатой бумаге лежит фигура площади меньше 1. Покажите, что можно подвинуть ее так, чтобы вершины клеток ею не накрывались.
7. На координатной плоскости даны:
 - прямая $2x - 3y = 1$,
 - окружность $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$,
 - парабола $x = y^2$.

Куда перейдут эти фигуры ...

- (a) ... при параллельном переносе на вектор $(-1, 0)$?
- (b) ... при повороте на 90° с центром в начале координат?
- (c) ... при симметрии относительно оси ординат?