

# Алгоритмы

1. Среди пяти внешне одинаковых монет 3 настоящие и две фальшивые, одинаковые по весу, но неизвестно, тяжелее или легче настоящих. Как за наименьшее число взвешиваний найти хотя бы одну настоящую монету?
2. В клетках прямоугольной таблицы  $13 \times 21$  расставлены натуральные числа. За один ход разрешается одновременно удвоить все числа одной строки или же вычесть единицу из всех чисел одного столбца. Докажите, что за несколько ходов можно добиться того, чтобы все числа таблицы стали равными нулю.
3. В колоде 52 карты, по 13 каждой масти. Ваня вынимает из колоды по одной карте. Вынутые карты в колоду не возвращаются. Каждый раз перед тем, как вынуть карту, Ваня загадывает какую-нибудь масть. Докажите, что если Ваня каждый раз будет загадывать масть, карт которой в колоде осталось не меньше, чем карт любой другой масти, то загаданная масть совпадет с мастью вынутой карты не менее 13 раз.
4. В тюрьме сидят 10 заключённых, каждый – в одиночной камере. Общаться между собой они не могут. В один прекрасный день начальник тюрьмы объявил им, что предоставляет всем шанс выйти на свободу на следующих условиях: «В подвале тюрьмы есть комната с переключателем, имеющим два состояния: ВКЛ и ВЫКЛ (сейчас он в состоянии ВЫКЛ). Каждую ночь я буду приводить в эту комнату ровно одного заключенного (выбирая его случайно) и через некоторое время уводить. Находясь в комнате, каждый из вас может либо изменить положение переключателя, либо ничего с ним не делать. Персонал тюрьмы трогать этот переключатель не будет. В какой-то момент один из вас (любой) должен сообщить нам, что в комнате побывали все заключённые. Если он окажется прав – всех отпустят, если ошибется – все вы навсегда останетесь в тюрьме. Я обещаю, что в комнате побывают все заключенные, причем каждого будут приводить туда неограниченное число раз.» После этого заключённым разрешили собраться и обсудить стратегию действий, а потом развели обратно по камерам. Могут ли заключённые гарантированно выйти на свободу, и если да, то как им этого добиться?
5. *Лабиринтом* называется клетчатый квадрат  $10 \times 10$ , некоторые пары соседних узлов в котором соединены отрезком — «стеной» таким образом, что переходя из клетки в соседнюю по стороне клетку и не проходя через стены, можно посетить все клетки квадрата. Границу квадрата будем также считать обнесенной стеной. В некоторой клетке некоторого лабиринта стоит робот. Он понимает 4 команды — Л, П, В, Н, по которым соответственно идет влево, вправо, вверх и вниз, а если перед ним «стена», то стоит на месте. Как написать программу для робота, выполняя которую он обойдет все клетки независимо от лабиринта и от своего начального положения?

# Алгоритмы

1. Среди пяти внешне одинаковых монет 3 настоящие и две фальшивые, одинаковые по весу, но неизвестно, тяжелее или легче настоящих. Как за наименьшее число взвешиваний найти хотя бы одну настоящую монету?
2. В клетках прямоугольной таблицы  $13 \times 21$  расставлены натуральные числа. За один ход разрешается одновременно удвоить все числа одной строки или же вычесть единицу из всех чисел одного столбца. Докажите, что за несколько ходов можно добиться того, чтобы все числа таблицы стали равными нулю.
3. В колоде 52 карты, по 13 каждой масти. Ваня вынимает из колоды по одной карте. Вынутые карты в колоду не возвращаются. Каждый раз перед тем, как вынуть карту, Ваня загадывает какую-нибудь масть. Докажите, что если Ваня каждый раз будет загадывать масть, карт которой в колоде осталось не меньше, чем карт любой другой масти, то загаданная масть совпадет с мастью вынутой карты не менее 13 раз.
4. В тюрьме сидят 10 заключённых, каждый – в одиночной камере. Общаться между собой они не могут. В один прекрасный день начальник тюрьмы объявил им, что предоставляет всем шанс выйти на свободу на следующих условиях: «В подвале тюрьмы есть комната с переключателем, имеющим два состояния: ВКЛ и ВЫКЛ (сейчас он в состоянии ВЫКЛ). Каждую ночь я буду приводить в эту комнату ровно одного заключенного (выбирая его случайно) и через некоторое время уводить. Находясь в комнате, каждый из вас может либо изменить положение переключателя, либо ничего с ним не делать. Персонал тюрьмы трогать этот переключатель не будет. В какой-то момент один из вас (любой) должен сообщить нам, что в комнате побывали все заключённые. Если он окажется прав – всех отпустят, если ошибется – все вы навсегда останетесь в тюрьме. Я обещаю, что в комнате побывают все заключенные, причем каждого будут приводить туда неограниченное число раз.» После этого заключённым разрешили собраться и обсудить стратегию действий, а потом развели обратно по камерам. Могут ли заключённые гарантированно выйти на свободу, и если да, то как им этого добиться?
5. *Лабиринтом* называется клетчатый квадрат  $10 \times 10$ , некоторые пары соседних узлов в котором соединены отрезком — «стеной» таким образом, что переходя из клетки в соседнюю по стороне клетку и не проходя через стены, можно посетить все клетки квадрата. Границу квадрата будем также считать обнесенной стеной. В некоторой клетке некоторого лабиринта стоит робот. Он понимает 4 команды — Л, П, В, Н, по которым соответственно идет влево, вправо, вверх и вниз, а если перед ним «стена», то стоит на месте. Как написать программу для робота, выполняя которую он обойдет все клетки независимо от лабиринта и от своего начального положения?