СЕРБИЯ 2017 (4 июля 2017г. Начало начал)

Чётные и нечётные числа. Занятие 2

Задача 2.1. Чётна или нечётна сумма:

А) всех натуральных чисел от 1 до 1998;

Б) всех нечетных чисел до 1 до 151?

Задача 2.2. Определите, чётно или нечётно произведение

$$(7a+b-2c+1)*(3a-5b+4c+10)?$$

ТЕОРЕМА 2.3. Сумма и разность любых двух целых чисел имеют одинаковую четность.

Чётны или нечётны:

А) $1-2+3-4+5-6+\cdots..+993$?

Б) $1^2+2^2-3^2+4^2+5^2-6^2+\cdots+1999^2+2000^2-2001^2$

В) $1-3-5+7-9-11+\cdots+607-609-611$

Задача 2.4. Сережа написал на доске: 1*2*3*4*5*6*7*8*9=33, причем вместо каждой звездочки он поставил либо +, либо -. Коля переправил несколько знаков на противоположные и в результате вместо числа 33 получил число 32. Верно ли, что по меньшей мере один из мальчиков ошибся при подсчете?

Задача 2.5*. Можно ли число 1 представить в виде суммы $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$, где a,b,c,d – нечетные натуральные числа?

Задача 2.6*. Найдите все целые значения a, при которых число x^3+ax^2+5x+9 нечётно для всех целых значений x.

Задача 2.7. Докажите, что не существует многогранника, у которого 1997 граней - треугольники, а остальные грани – четырехугольники и шестиугольники.

Задача 2.8 В шести коробках лежат шарики: в первой – 1, во второй – 2, в третьей – 3 и тд, в последней – 6. За один ход разрешается в любые две коробки положить по одному шарику. Можно ли за несколько ходов уравнять количество шариков во всех коробках?

Задача 2.9*. Какое наибольшее количество натуральных чисел можно записать в строку так, чтобы сумма любых трех соседних чисел была чётной, а сумма любых четырёх соседних чисел – нечётной?

Задача 2.10*. Найдите все целые p и q, при которых трехчлен $f(x)=x^2+px+q$ принимает при всех целых x чётные значения?

Задача #2.11. Участники летнего лагеря в Сербии 2017 решили про отъезде обменяться фотографиями друг с другом. Чётно или нечетно общее число фотографий, которыми они обменялись?

Задача #2.12. Можно ли 33 яблока разложить на 5 кучек так, чтобы число яблок в каждой кучке было чётным?

Задача #2.13. Двое играют в такую игру. Из кучки, где имеется 25 спичек, каждый берёт себе по очереди одну, две или три спички. Выигрывает тот, у кого в конце игры – после того, как все спички будут разобраны, – окажется чётное число спичек.

СЕРБИЯ 2017 (4 июля 2017г. Начало начал)

Четные и нечетные числа. Занятие 2

Задача 2.1. Чётна или нечётна сумма:

А) всех натуральных чисел от 1 до 1998;

Б) всех нечётных чисел до 1 до 151?

Задача 2.2. Определите, чётно или нечётно произведение

$$(7a+b-2c+1)*(3a-5b+4c+10)?$$

ТЕОРЕМА 2.3. Сумма и разность любых двух целых чисел имеют одинаковую четность.

Четны или нечетны:

А) $1-2+3-4+5-6+\cdots..+993$?

Б) $1^2+2^2-3^2+4^2+5^2-6^2+\cdots+1999^2+2000^2-2001^2$

В) $1-3-5+7-9-11+\cdots+607-609-611$

Задача 2.4. Сережа написал на доске: 1*2*3*4*5*6*7*8*9=33, причем вместо каждой звездочки он поставил либо +, либо -. Коля переправил несколько знаков на противоположные и в результате вместо числа 33 получил число 32. Верно ли, что по меньшей мере один из мальчиков ошибся при подсчете?

Задача 2.5*. Можно ли число 1 представить в виде суммы $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$, где a,b,c,d – нечетные натуральные числа?

Задача 2.6*. Найдите все целые значения a, при которых число x^3+ax^2+5x+9 нечётно для всех целых значений x.

Задача 2.7. Докажите, что не существует многогранника, у которого 1997 граней - треугольники, а остальные грани – четырехугольники и шестиугольники.

Задача 2.8 В шести коробках лежат шарики: в первой – 1, во второй – 2, в третьей – 3 и тд, в последней – 6. За один ход разрешается в любые две коробки положить по одному шарику. Можно ли за несколько ходов уравнять количество шариков во всех коробках?

Задача 2.9*. Какое наибольшее количество натуральных чисел можно записать в строку так, чтобы сумма любых трех соседних чисел была чётной, а сумма любых четырёх соседних чисел – нечётной?

Задача 2.10*. Найдите все целые p и q, при которых трехчлен $f(x)=x^2+px+q$ принимает при всех целых x чётные значения?

Задача #2.11. Участники летнего лагеря в Сербии 2017 решили про отъезде обменяться фотографиями друг с другом. Чётно или нечетно общее число фотографий, которыми они обменялись?

Задача #2.12. Можно ли 33 яблока разложить на 5 кучек так, чтобы число яблок в каждой кучке было чётным?

Задача #2.13. Двое играют в такую игру. Из кучки, где имеется 25 спичек, каждый берёт себе по очереди одну, две или три спички. Выигрывает тот, у кого в конце игры – после того, как все спички будут разобраны, – окажется чётное число спичек.