Восьмая Зимняя олимпиадная школа
МФТИ, 4-14 января 2017 года

Комплексные числа в геометрии.

1. Докажите, что для двух любых комплексных чисел z_1 и z_2 имеют место неравенства $|z_1+z_2| \leq |z_1|+|z_2|$ и $|z_1-z_2| \leq |z_1|+|z_2|$.

2. Докажите, что диагонали вписанного в окружность четырёхугольника перпендикулярны, тогда и только тогда, когда сумма квадратов его противоположных сторон равна квадрату диаметра описанной окружности.

3. Изобразите на плоскости множество точек, заданное неравенством

$$\operatorname{Im}\left(\frac{2-i}{z}+\frac{2i-1}{\overline{z}}\right)+\operatorname{Re}\left(\frac{2+i}{z}+\frac{2i+1}{\overline{z}}\right) \leq 1.$$

Восьмая Зимняя олимпиадная школа
МФТИ, 4-14 января 2017 года

Комплексные числа в геометрии.

1. Докажите, что для двух любых комплексных чисел z_1 и z_2 имеют место неравенства $|z_1+z_2| \leq |z_1|+|z_2|$ и $|z_1-z_2| \leq |z_1|+|z_2|$.

2. Докажите, что диагонали вписанного в окружность четырёхугольника перпендикулярны, тогда и только тогда, когда сумма квадратов его противоположных сторон равна квадрату диаметра описанной окружности.

3. Изобразите на плоскости множество точек, заданное неравенством

$$\operatorname{Im}\left(\frac{2-i}{z}+\frac{2i-1}{\overline{z}}\right)+\operatorname{Re}\left(\frac{2+i}{z}+\frac{2i+1}{\overline{z}}\right) \leq 1.$$

Восьмая Зимняя олимпиадная школа
МФТИ, 4-14 января 2017 года

Комплексные числа в геометрии.

1. Докажите, что для двух любых комплексных чисел z_1 и z_2 имеют место неравенства $|z_1+z_2| \leq |z_1|+|z_2|$ и $|z_1-z_2| \leq |z_1|+|z_2|$.

2. Докажите, что диагонали вписанного в окружность четырёхугольника перпендикулярны, тогда и только тогда, когда сумма квадратов его противоположных сторон равна квадрату диаметра описанной окружности.

3. Изобразите на плоскости множество точек, заданное неравенством

$$\operatorname{Im}\left(\frac{2-i}{z}+\frac{2i-1}{\overline{z}}\right)+\operatorname{Re}\left(\frac{2+i}{z}+\frac{2i+1}{\overline{z}}\right) \leq 1.$$