



Восьмая Зимняя олимпиадная школа
МФТИ, 4-14 января 2017 года

(кл=10) Метод шаров и перегородок

1. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы k слагаемых (суммы, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными), если...
 - (a) ... все слагаемые натуральны?
 - (b) ... все слагаемые целые неотрицательные?
 - (c) ... все слагаемые целые и больше либо равны $s \in \mathbb{Z}$?
 - (d) ... все слагаемые целые и меньше либо равны $t \in \mathbb{Z}$?
2. При раскрытии скобок в выражении

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n$$

получается сумма выражений вида $x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2} \dots x_k^{\gamma_k}$.

- (a) Сколько раз встречается каждое из таких слагаемых?
 - (b) Сколько всего различных слагаемых в этой сумме?
3. Сколькими способами можно выложить в ряд m белых и k чёрных шаров так, чтобы никакие два чёрных шара не лежали рядом?

Для самостоятельного решения

4. Сколькими способами можно выложить в ряд a красных, b синих и c зелёных шаров так, чтобы никакие два синих шара не лежали рядом?
5. Поезду, в котором находится m пассажиров, предстоит сделать n остановок.
 - (a) Каждый пассажир — яркая индивидуальность. Сколькими способами могут выйти пассажиры на предстоящих остановках?
 - (b) Все пассажиры равны, важно лишь их число. Сколькими способами могут выйти пассажиры на предстоящих остановках?



Восьмая Зимняя олимпиадная школа
МФТИ, 4-14 января 2017 года

(кл=10) Метод шаров и перегородок

1. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы k слагаемых (суммы, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными), если...
 - (a) ... все слагаемые натуральны?
 - (b) ... все слагаемые целые неотрицательные?
 - (c) ... все слагаемые целые и больше либо равны $s \in \mathbb{Z}$?
 - (d) ... все слагаемые целые и меньше либо равны $t \in \mathbb{Z}$?
2. При раскрытии скобок в выражении

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n$$

получается сумма выражений вида $x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2} \dots x_k^{\gamma_k}$.

- (a) Сколько раз встречается каждое из таких слагаемых?
 - (b) Сколько всего различных слагаемых в этой сумме?
3. Сколькими способами можно выложить в ряд m белых и k чёрных шаров так, чтобы никакие два чёрных шара не лежали рядом?

Для самостоятельного решения

4. Сколькими способами можно выложить в ряд a красных, b синих и c зелёных шаров так, чтобы никакие два синих шара не лежали рядом?
5. Поезду, в котором находится m пассажиров, предстоит сделать n остановок.
 - (a) Каждый пассажир — яркая индивидуальность. Сколькими способами могут выйти пассажиры на предстоящих остановках?
 - (b) Все пассажиры равны, важно лишь их число. Сколькими способами могут выйти пассажиры на предстоящих остановках?