



## Гомотетия.

Гомотетией с центром  $O$  и коэффициентом  $k \neq 0$  плоскости называется преобразование плоскости, которое каждую точку  $X$  отображает в такую точку  $X_0$ , что  $\overrightarrow{OX_0} = k\overrightarrow{OX}$ .

1. Докажите, что при гомотетии окружность переходит в окружность.
2. Докажите, что две касающиеся окружности гомотетичны относительно их точки касания.
3. Через точку касания двух окружностей проведена секущая. Докажите, что радиусы и касательные, проведённые через концы образовавшихся хорд, параллельны.
4. Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , а ее диагонали - в точке  $L$ . Докажите, что точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$ , где  $M$  и  $N$  - середины оснований  $BC$  и  $AD$ , лежат на одной прямой.
5. На окружности фиксированы точки  $A$  и  $B$ , а точка  $C$  движется по этой окружности. Найдите геометрическое место точек пересечения медиан треугольников  $ABC$ .
6. Постройте треугольник  $ABC$  по сторонам  $AB$  и  $AC$  и биссектрисе  $AD$ .
7. Окружности  $S_1$  и  $S_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . При поворотной гомотетии  $P$  с центром  $A$ , переводящей  $S_1$  в  $S_2$ , точка  $M_1$  окружности  $S_1$  переходит в  $M_2$ . Докажите, что прямая  $M_1M_2$  проходит через точку  $B$ .
8. На сторонах треугольника  $ABC$  внешним образом построены подобные треугольники:  $A_1BC \sim B_1CA \sim C_1AB$ . Докажите, что точки пересечения медиан треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  совпадают.

### Домашнее задание

1. Докажите, что при гомотетии окружность переходит в окружность. (с отрицательным коэффициентом гомотетии).
2. В трапеции точка пересечения диагоналей равноудалена от прямых, на которых лежат боковые стороны. Докажите, что трапеция равнобедренная.
3. Постройте треугольник по сумме длин биссектрис и углам.
4. Даны две неконцентрические окружности  $S_1$  и  $S_2$ . Докажите, что существуют ровно две поворотные гомотетии с углом поворота  $90^\circ$ , переводящие  $S_1$  в  $S_2$ .