

## Геометрия четырехугольников

1. В четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 2, BC = 4, CD = 5$  вписали окружность и вокруг него описали окружность. Найдите площадь четырёхугольника.
2. Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 155 и 13 соответственно, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AD}$  и  $\vec{BC}$ .
3. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а боковые стороны образуют угол  $30^\circ$ . Основания имеют длины 6 и 2. Найдите высоту трапеции.
4. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны, а длина отрезка, соединяющего середины диагоналей  $BD$  и  $AC$ , равна 2013. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон  $CD$  и  $AB$ .
5. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $DB$  перпендикулярны сторонам  $DC$  и  $AB$  соответственно. Из точки  $B$  проведён перпендикуляр на сторону  $AD$ , пересекающий  $AC$  в точке  $O$ . Найдите  $AO$ , если  $AB = 4, OC = 6$ .
6. Прямоугольник, отношение сторон которого равно 5, имеет наибольшую площадь среди всех прямоугольников, вершины которых лежат на сторонах данного ромба, а стороны параллельны диагоналям ромба. Найдите острый угол ромба.
7. В трапеции  $ABCD$ , где  $BC \parallel AD$ , а диагонали пересекаются в точке  $O$ , на отрезке  $BC$  выбрана точка  $K$  так, что  $BK : CK = 2 : 1$ , а на отрезке  $AD$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM : MD = 1 : 2$ . Найти площадь треугольника  $COD$ , если  $AD = 5, BC = 2, KM = 7/3$ , а  $\cos \angle CAD = 1/3$ .

## Геометрия многоугольников

8. Города  $A, B, C, D, E$  лежат на одной окружности и попарно соединены прямолинейными дорогами. Два велосипедиста выехали одновременно из  $A$  в  $D$  и из  $C$  в  $E$ , повстречавшись в пути. Затем они выехали одновременно из  $D$  в  $B$  и из  $E$  в  $C$ , опять повстречавшись в пути. Наконец, они выехали одновременно из  $B$  в  $E$  и из  $C$  в  $B$ , прибыв в пункты назначения одновременно. Найдите  $BC$ , если  $AE = 2$  км и  $CD = 4$  км, а скорость каждого велосипедиста постоянна.
9. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ . Точки  $M, N, P$  и  $Q$  – середины сторон  $AB, BC, CD$  и  $DE$  соответственно, точки  $H$  и  $K$  – середины  $MP$  и  $NQ$  соответственно. Найдите длину отрезка  $HK$ , если  $AE = 7$ .

## Геометрия четырехугольников

1. В четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 2, BC = 4, CD = 5$  вписали окружность и вокруг него описали окружность. Найдите площадь четырёхугольника.
2. Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 155 и 13 соответственно, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AD}$  и  $\vec{BC}$ .
3. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а боковые стороны образуют угол  $30^\circ$ . Основания имеют длины 6 и 2. Найдите высоту трапеции.
4. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны, а длина отрезка, соединяющего середины диагоналей  $BD$  и  $AC$ , равна 2013. Найдите длину отрезка, соединяющего середины сторон  $CD$  и  $AB$ .
5. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $DB$  перпендикулярны сторонам  $DC$  и  $AB$  соответственно. Из точки  $B$  проведён перпендикуляр на сторону  $AD$ , пересекающий  $AC$  в точке  $O$ . Найдите  $AO$ , если  $AB = 4, OC = 6$ .
6. Прямоугольник, отношение сторон которого равно 5, имеет наибольшую площадь среди всех прямоугольников, вершины которых лежат на сторонах данного ромба, а стороны параллельны диагоналям ромба. Найдите острый угол ромба.
7. В трапеции  $ABCD$ , где  $BC \parallel AD$ , а диагонали пересекаются в точке  $O$ , на отрезке  $BC$  выбрана точка  $K$  так, что  $BK : CK = 2 : 1$ , а на отрезке  $AD$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM : MD = 1 : 2$ . Найти площадь треугольника  $COD$ , если  $AD = 5, BC = 2, KM = 7/3$ , а  $\cos \angle CAD = 1/3$ .

## Геометрия многоугольников

8. Города  $A, B, C, D, E$  лежат на одной окружности и попарно соединены прямолинейными дорогами. Два велосипедиста выехали одновременно из  $A$  в  $D$  и из  $C$  в  $E$ , повстречавшись в пути. Затем они выехали одновременно из  $D$  в  $B$  и из  $E$  в  $C$ , опять повстречавшись в пути. Наконец, они выехали одновременно из  $B$  в  $E$  и из  $C$  в  $B$ , прибыв в пункты назначения одновременно. Найдите  $BC$ , если  $AE = 2$  км и  $CD = 4$  км, а скорость каждого велосипедиста постоянна.
9. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ . Точки  $M, N, P$  и  $Q$  – середины сторон  $AB, BC, CD$  и  $DE$  соответственно, точки  $H$  и  $K$  – середины  $MP$  и  $NQ$  соответственно. Найдите длину отрезка  $HK$ , если  $AE = 7$ .