

Операции над множествами

группа «Бресква»

- Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$ если A и B это:
 - $[3;4]$ и $[2,6]$;
 - $(-2;1]$ и $[-2;0)$;
 - $(-5;1]$ и $[-3;2)$;
 - $[13;19]$ и $(13;19)$.
- Запишите сначала перечислением элементов, а затем с помощью характеристического свойства следующие множества:
 - двузначные числа, в записи которых есть цифра 6;
 - трёхзначные числа, кратные 99;
 - целые числа, заключённые между 13 и 19;
 - нечётные однозначные натуральные числа.
- Принадлежат ли множествам из задачи 2 следующие элементы: 1, 2, 15, 36, 66, 99, 101, 198? Запишите ответ с помощью символов \in и \notin .
- Запишите с помощью характеристического свойства.
 - $A = \{3, 6, 9, 15, 18, \dots\}$;
 - $B = \{1, 2, 6, 24, 120, \dots\}$;
 - $C = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\}$;
 - $D = \{5, 9, 13, 17, 21, \dots\}$.
- Установите, какое из подмножеств A или B является подмножеством другого множества.
 - $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$;
 - $A = \{x | x = 6n, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x = 24n, n \in \mathbb{N}\}$;
 - A – множество равносторонних прямоугольников, B – множество прямоугольников;
 - A – множество равносторонних треугольников, B – множество равнобедренных треугольников.
- Для каждой тройки множеств A, B и C найдите результаты операций:
 - $A \cup (B \cap C)$;
 - $A \cap (B \cup C)$;

в) $(A \cup B) \cap C$;

г) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$;

д) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$, если:

- $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 6\}$, $C = \mathbb{N}$;
- $A = \mathbb{N}$, $B = \mathbb{Z}$, $C = \{-1, 0, 1\}$;
- $A = \{1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{2, 4, 6, \dots\}$, $C = \mathbb{N}$;
- $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{N}$, $C = \{3, 6, 9, \dots\}$;

Принцип включения–исключения

1. В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой занимаются 15 человек, биологией — 20, а математикой и биологией — 10?
2. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые делятся на 3? На 5? На 15? Не делятся ни на 3, ни на 5?
3. Сколько существует целых чисел от 1 до 1 000 000, которые не являются ни полным квадратом, ни полным кубом, ни пятой степенью целого числа?
4. Среди абитуриентов, выдержавших приемные экзамены в вуз, оценку «отлично» получили: по математике — 48 абитуриентов, по физике — 37, по русскому языку — 42, по математике или физике — 75, по математике или русскому языку — 76, по физике или русскому языку — 66, по всем трем предметам — 4. Сколько абитуриентов получили хотя бы одну пятерку? Сколько среди них получивших только одну пятерку?
5. В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?
6. (Л.Кэрролл) В ожесточенном бою 70 из 100 пиратов потеряли один глаз, 75 — одно ухо, 80 — одну руку и 85 — одну ногу. Каково минимальное число потерявших одновременно глаз, ухо, руку и ногу?
7. а) В квадрате площади 6 расположены три многоугольника площади 3. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1.
б) В квадрате площади 5 расположено девять многоугольников площади 1. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше $1/9$.
8. В классе 25 учеников. Сколькими способами они могут пересесть так, чтобы ни один ученик не сел на своё место?

Бесконечные множества

группа «Бресква»

1. Докажите, что множество \mathbb{Q} счётно.
2. Докажите, что счётное объединение счётных множеств счётно.
3. Докажите, что отрезок равномошен прямой.
4. Докажите, что на окружности столько же точек, сколько на контуре квадрата.
5. Постройте взаимно-однозначное отображение между кругом и квадратом.