

## Зачёт по части «Столица»

### Правила игры.

На решение задач вам даётся 4 часа. Каждая задача стоит столько же, сколько стоит один динар (1 рубль = 1.6 динар). Также возможно получение неполного балла. В итог идёт сумма баллов, округлённая в вашу пользу. За 10 и более баллов вы получаете оценку "отлично". Итоговый балл за «Столицу» вычисляется по формуле  $0.4 * (\text{оценка за листки}) + 0.6 * (\text{оценка за экзамен})$  с округлением в вашу пользу.

**Удачи!**

### Зачётные задачи

1. На смене в Столице всего 441 человек, некоторые из них дружат. Докажите, что хотя бы у одного человека количество друзей чётно.
2. В стране Виктори есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Два города соединены дорогой только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр названий этих городов, делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
3. В связном графе степени четырёх вершин равны 3, а степени остальных вершин равны 4. Докажите, что нельзя удалить ребро так, чтобы граф распался на две одинаковые компоненты связности.
4. В графе каждая вершина покрашена в два любимых цвета Ильдара: чёрный и тёмно-серый. Известно, что каждая тёмно-серая вершина соединена с пятью тёмно-серыми и десятью чёрными, а каждая чёрная – с девятью тёмно-серыми и шестью чёрными. Каких вершин больше, чёрных или тёмно-серых?
5. С 1 сентября четыре школьника начали посещать кинотеатр. Первый ходил в него каждый четвёртый день, второй – каждый пятый, третий – каждый шестой и четвёртый – каждый девятый. Когда второй раз все школьники встретятся в кинотеатре?
6. Является ли число 12345678926 квадратом?
7. Сумма двух натуральных чисел равна 201. Докажите, что произведение этих чисел не может делиться на 201.
8. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$ . Известно, что  $a^2 + b^2$  делится на  $ab$ . Докажите, что  $a = b$ .