

Разнойбой

1. Последняя цифра квадрата натурального числа равна 6. Докажите, что его предпоследняя цифра нечётна.
2. Докажите, что ребус

$$\text{АПЕЛЬСИН} - \text{СПАНИЕЛЬ} = 2013 \cdot 2014$$

не имеет решения.

3. Найдите все простые p , для которых являются простыми числа $p + 10$ и $p + 14$.
4. Сократите дробь $\frac{377}{261}$, предварительно вычислив НОД по алгоритму Евклида.
5. Некто купил 30 яиц за 30 монет, из числа этих птиц за каждых трех воробьёв заплачена 1 монета, за каждых двух горлиц – также 1 монета и, наконец, за каждого голубя – по 2 монеты. Сколько было птиц каждой породы?
6. Известно, что $56a = 65b$ (a и b целые). Может ли число $a + b$ быть простым?
7. а) При умножении числа a на 2 количество его делителей увеличилось на 20%. Докажите, что a делится на 16, но не делится на 32.
б) Как увеличится число делителей, если a умножить на 4?
8. Докажите, что если у числа ровно 6 делителей, то оно имеет вид либо p^5 , либо qr^2 , где p, q, r – какие-либо простые числа.