

Порция 3 – 10, трудная

1. Окружности ω_1 и ω_2 касаются внешним образом в точке O . Точки A и B на окружности ω_1 и точки C и D на окружности ω_2 таковы, что AC и BD – общие внешние касательные к окружностям. Прямая AO пересекает отрезок CD в точке M , а прямая CO пересекает вторично окружность ω_1 в точке N . Докажите, что точки B , M и N лежат на одной прямой.
2. Натуральное число b назовём *удачным*, если для любого натурального a такого, что a^5 делится на b^2 , число a^2 делится на b . Найдите количество удачных натуральных чисел, меньших 2010.
3. Прямую палку длиной 2 метра распилили на N палочек, длина каждой из которых выражается целым числом сантиметров. При каком наименьшем N можно гарантировать, что, используя все получившиеся палочки, можно, не ломая их, сложить контур некоторого прямоугольника?

Порция 3 – 10, трудная

1. Окружности ω_1 и ω_2 касаются внешним образом в точке O . Точки A и B на окружности ω_1 и точки C и D на окружности ω_2 таковы, что AC и BD – общие внешние касательные к окружностям. Прямая AO пересекает отрезок CD в точке M , а прямая CO пересекает вторично окружность ω_1 в точке N . Докажите, что точки B , M и N лежат на одной прямой.
2. Натуральное число b назовём *удачным*, если для любого натурального a такого, что a^5 делится на b^2 , число a^2 делится на b . Найдите количество удачных натуральных чисел, меньших 2010.
3. Прямую палку длиной 2 метра распилили на N палочек, длина каждой из которых выражается целым числом сантиметров. При каком наименьшем N можно гарантировать, что, используя все получившиеся палочки, можно, не ломая их, сложить контур некоторого прямоугольника?