

Порция 09 – 10, трудная

1. На вечеринке компанию из 20 человек требуется усадить за 4 стола. Рассадка называется *удачной*, если любые два человека, оказавшиеся за одним столом, являются друзьями. Выяснилось, что удачные рассадки существуют, причём при любой удачной рассадке за каждым столом сидят ровно по 5 человек. Каково наибольшее возможное количество пар друзей в этой компании?
2. Назовём лестницей высоты n фигуру, состоящую из всех клеток квадрата $n \times n$, лежащих не выше диагонали. Сколькими различными способами можно разбить лестницу высоты n на несколько прямоугольников, стороны которых идут по линиям сетки, а площади попарно различны?
3. Ненулевые числа a, b, c таковы, что любые два из трёх уравнений $ax^{11} + bx^4 + c = 0$, $bx^{11} + cx^4 + a = 0$, $cx^{11} + ax^4 + b = 0$ имеют общий корень. Докажите, что все три уравнения имеют общий корень.

Порция 09 – 10, трудная

1. На вечеринке компанию из 20 человек требуется усадить за 4 стола. Рассадка называется *удачной*, если любые два человека, оказавшиеся за одним столом, являются друзьями. Выяснилось, что удачные рассадки существуют, причём при любой удачной рассадке за каждым столом сидят ровно по 5 человек. Каково наибольшее возможное количество пар друзей в этой компании?
2. Назовём лестницей высоты n фигуру, состоящую из всех клеток квадрата $n \times n$, лежащих не выше диагонали. Сколькими различными способами можно разбить лестницу высоты n на несколько прямоугольников, стороны которых идут по линиям сетки, а площади попарно различны?
3. Ненулевые числа a, b, c таковы, что любые два из трёх уравнений $ax^{11} + bx^4 + c = 0$, $bx^{11} + cx^4 + a = 0$, $cx^{11} + ax^4 + b = 0$ имеют общий корень. Докажите, что все три уравнения имеют общий корень.