

Кусок 01 – 10, трудная

1. Сколько раз функция

$$f(x) = \cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{3} \cdot \dots \cdot \cos \frac{x}{2009}$$

меняет знак на отрезке $[0, \frac{2009}{2}\pi]$?

2. Через центр O окружности, описанной около неравностороннего остроугольного треугольника ABC , проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC . Эти прямые пересекают высоту AD треугольника ABC , в точках P и Q . Точка M – середина стороны BC , а S – центр окружности, описанной около треугольника OPQ . Докажите, что $\angle BAS = \angle CAM$.
3. Назовём компанию k -неразбиваемой, если при любом разбиении её на k групп в одной из групп найдутся два знакомых человека. Дана 3-неразбиваемая компания, в которой нет четырёх попарно знакомых человек. Докажите, что её можно разделить на две компании, одна из которых 2-неразбиваемая, а другая – 1-неразбиваемая.

Кусок 01 – 10, трудная

1. Сколько раз функция

$$f(x) = \cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{3} \cdot \dots \cdot \cos \frac{x}{2009}$$

меняет знак на отрезке $[0, \frac{2009}{2}\pi]$?

2. Через центр O окружности, описанной около неравностороннего остроугольного треугольника ABC , проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC . Эти прямые пересекают высоту AD треугольника ABC , в точках P и Q . Точка M – середина стороны BC , а S – центр окружности, описанной около треугольника OPQ . Докажите, что $\angle BAS = \angle CAM$.
3. Назовём компанию k -неразбиваемой, если при любом разбиении её на k групп в одной из групп найдутся два знакомых человека. Дана 3-неразбиваемая компания, в которой нет четырёх попарно знакомых человек. Докажите, что её можно разделить на две компании, одна из которых 2-неразбиваемая, а другая – 1-неразбиваемая.