

Порция 07 – 10, лёгкая

1. Вписанная в треугольник ABC окружность ω касается сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. На продолжении отрезка AA_1 за точку A взята точка D такая, что $AD = AC_1$. Прямые DB_1 и DC_1 пересекают второй раз окружность ω в точках B_2 и C_2 . Докажите, что B_2C_2 – диаметр окружности ω .
2. Прямые, касающиеся окружности ω в точках B и D , пересекаются в точке P . Прямая, проходящая через P , отсекает на окружности хорду AC . Через произвольную точку отрезка AC проведена прямая, параллельная BD . Докажите, что она делит длины ломаных ABC и ADC в одинаковых отношениях.
3. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?

Порция 07 – 10, лёгкая

1. Вписанная в треугольник ABC окружность ω касается сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. На продолжении отрезка AA_1 за точку A взята точка D такая, что $AD = AC_1$. Прямые DB_1 и DC_1 пересекают второй раз окружность ω в точках B_2 и C_2 . Докажите, что B_2C_2 – диаметр окружности ω .
2. Прямые, касающиеся окружности ω в точках B и D , пересекаются в точке P . Прямая, проходящая через P , отсекает на окружности хорду AC . Через произвольную точку отрезка AC проведена прямая, параллельная BD . Докажите, что она делит длины ломаных ABC и ADC в одинаковых отношениях.
3. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?