

Порция 2 – 10, средняя

1. У Кости было два набора по 17 монет: в одном наборе все монеты настоящие, а в другом наборе ровно 5 фальшивых (все монеты выглядят одинаково; все настоящие монеты весят одинаково, все фальшивые тоже весят одинаково, но неизвестно, легче или тяжелее настоящих). Один из наборов Костя отдал другу, а впоследствии забыл, какой именно из двух наборов у него остался. Может ли Костя при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выяснить, какой именно из двух наборов он отдал?
2. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
3. В неравнобедренном остроугольном треугольнике ABC точки C_0 и B_0 – середины сторон AB и AC соответственно, O – центр описанной окружности, H – точка пересечения высот. Прямые BH и OC_0 пересекаются в точке P , а прямые CH и OB_0 – в точке Q . Оказалось, что четырехугольник $OPHQ$ – ромб. Докажите, что точки A , P и Q лежат на одной прямой.

Порция 2 – 10, средняя

1. У Кости было два набора по 17 монет: в одном наборе все монеты настоящие, а в другом наборе ровно 5 фальшивых (все монеты выглядят одинаково; все настоящие монеты весят одинаково, все фальшивые тоже весят одинаково, но неизвестно, легче или тяжелее настоящих). Один из наборов Костя отдал другу, а впоследствии забыл, какой именно из двух наборов у него остался. Может ли Костя при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выяснить, какой именно из двух наборов он отдал?
2. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
3. В неравнобедренном остроугольном треугольнике ABC точки C_0 и B_0 – середины сторон AB и AC соответственно, O – центр описанной окружности, H – точка пересечения высот. Прямые BH и OC_0 пересекаются в точке P , а прямые CH и OB_0 – в точке Q . Оказалось, что четырехугольник $OPHQ$ – ромб. Докажите, что точки A , P и Q лежат на одной прямой.