

Геометрия треугольника

1. В треугольнике ABC с отношением сторон $AB : AC = 5 : 4$ биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке L . Найдите длину отрезка AL , если длина вектора $4 \cdot \vec{AB} + 5 \cdot \vec{AC}$ равна 2016.
2. На плоскости задана точка P . Рассматриваются различные равносторонние треугольники ABC , такие, что $PA = 2$, $PB = 3$. Какое максимальное значение может принимать длина отрезка PC .
3. Длина медианы AD треугольника ABC равна 3, длины сторон AB и AC – 5 и 7 соответственно. Найдите площадь треугольника ABC .
4. В равнобедренном треугольнике с периметром 60 см точка пересечения медиан лежит на вписанной окружности. Найдите стороны треугольника.
5. Радиус вписанной в треугольник окружности равен 1, а длины высот выражаются натуральными числами. Найдите стороны треугольника.

Геометрия окружности

6. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 пересекаются внешним образом в точках A и B (то есть точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB). Известно, что $\angle AO_1B = \alpha$, $\angle AO_2B = \beta$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.
7. Окружность касается одной из сторон угла с вершиной A в точке B и пересекает вторую сторону в точках C и D , причем AD в три раза меньше AC . Косинус угла A равен $\sqrt{3}/4$.
 - а) Найдите отношение $BC : BD$.
 - б) Найдите отношение радиуса окружности к BD .
8. Пусть OP – диаметр окружности Ω , ω – окружность с центром в точке P и радиусом меньше, чем у Ω . Окружности Ω и ω пересекаются в точках C и D . Хорда OB окружности Ω пересекает вторую окружность в точке A . Найдите длину отрезка AB , если $BD \cdot BC = 5$.
9. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC , пересекает сторону AB в точке E и сторону BC в точке F . Найдите радиус окружности, если $AC = 6$, $\angle AEC = 5\angle BAF$, $\angle ABC = 72^\circ$.

Геометрия треугольника

1. В треугольнике ABC с отношением сторон $AB : AC = 5 : 4$ биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке L . Найдите длину отрезка AL , если длина вектора $4 \cdot \vec{AB} + 5 \cdot \vec{AC}$ равна 2016.
2. На плоскости задана точка P . Рассматриваются различные равносторонние треугольники ABC , такие, что $PA = 2$, $PB = 3$. Какое максимальное значение может принимать длина отрезка PC .
3. Длина медианы AD треугольника ABC равна 3, длины сторон AB и AC – 5 и 7 соответственно. Найдите площадь треугольника ABC .
4. В равнобедренном треугольнике с периметром 60 см точка пересечения медиан лежит на вписанной окружности. Найдите стороны треугольника.
5. Радиус вписанной в треугольник окружности равен 1, а длины высот выражаются натуральными числами. Найдите стороны треугольника.

Геометрия окружности

6. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 пересекаются внешним образом в точках A и B (то есть точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB). Известно, что $\angle AO_1B = \alpha$, $\angle AO_2B = \beta$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.
7. Окружность касается одной из сторон угла с вершиной A в точке B и пересекает вторую сторону в точках C и D , причем AD в три раза меньше AC . Косинус угла A равен $\sqrt{3}/4$.
 - а) Найдите отношение $BC : BD$.
 - б) Найдите отношение радиуса окружности к BD .
8. Пусть OP – диаметр окружности Ω , ω – окружность с центром в точке P и радиусом меньше, чем у Ω . Окружности Ω и ω пересекаются в точках C и D . Хорда OB окружности Ω пересекает вторую окружность в точке A . Найдите длину отрезка AB , если $BD \cdot BC = 5$.
9. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC , пересекает сторону AB в точке E и сторону BC в точке F . Найдите радиус окружности, если $AC = 6$, $\angle AEC = 5\angle BAF$, $\angle ABC = 72^\circ$.