

Тригонометрия (10 класс)

- (2016.2) Найдите значение выражения $\cos^4 \frac{5\pi}{24} + \cos^4 \frac{11\pi}{24} + \sin^4 \frac{19\pi}{24} + \sin^4 \frac{13\pi}{24}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$
- (2016.2) Найдите значение выражения $\sin^4 \frac{\pi}{24} + \cos^4 \frac{5\pi}{24} + \sin^4 \frac{19\pi}{24} + \cos^4 \frac{23\pi}{24}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$
- (2016.3) Найдите значение выражения $\operatorname{tg} 20^\circ + 4 \sin 20^\circ$.

Ответ: $\sqrt{3}$
- (2016.3) Найдите значение выражения $\operatorname{ctg} 70^\circ + 4 \cos 70^\circ$.

Ответ: $\sqrt{3}$
- (2016.1) Известно, что $\operatorname{tg}(\alpha + 2\gamma) + \operatorname{tg} \alpha + \frac{5}{2} \operatorname{tg}(2\gamma) = 0$, $\operatorname{tg} \gamma = -\frac{1}{2}$. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$.

Ответ: $\frac{1}{3}$ или $-\frac{6}{7}$
- (2016.1) Известно, что $\operatorname{tg}(2\alpha - \beta) - 4 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{tg} \beta = 0$, $\operatorname{tg} \alpha = -3$. Найдите $\operatorname{ctg} \beta$.

Ответ: -1 или $\frac{4}{3}$
- (2015.1) Решите уравнение $\frac{|\cos x| - \cos 3x}{\cos x \sin 2x} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
- (2015.1) Решите уравнение $\frac{|\sin x| + \sin 3x}{\cos x \cos 2x} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$, $x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi$, $x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
- (2015.2) Дана функция $g(x) = \frac{4 \sin^4 x + 5 \cos^2 x}{4 \cos^4 x + 3 \sin^2 x}$. Найдите

(а) корни уравнения $g(x) = \frac{7}{5}$; (б) наибольшее и наименьшее значения $g(x)$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); $g_{\min} = \frac{5}{4}$, $g_{\max} = \frac{55}{39}$.
- (2015.2) Дана функция $g(x) = \frac{2 \cos^4 x + \sin^2 x}{2 \sin^4 x + 3 \cos^2 x}$. Найдите

(а) корни уравнения $g(x) = \frac{1}{2}$; (б) наибольшее и наименьшее значения $g(x)$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); $g_{\min} = \frac{7}{15}$, $g_{\max} = \frac{2}{3}$.
- (2015.1) Известно, что $\sin x = 2 \cos y - \frac{5}{2} \sin y$, $\cos x = 2 \sin y - \frac{5}{2} \cos y$. Найдите $\sin 2y$.

Ответ: $\frac{37}{40}$
- (2015.1) Известно, что $\sin x = \frac{3}{2} \sin y - \frac{2}{3} \cos y$, $\cos x = \frac{3}{2} \cos y - \frac{2}{3} \sin y$. Найдите $\sin 2y$.

Ответ: $\frac{61}{72}$

Задачи для самостоятельного решения

13. (2016.2) Найдите значение выражения $\sin^4 \frac{5\pi}{24} + \cos^4 \frac{7\pi}{24} + \sin^4 \frac{17\pi}{24} + \cos^4 \frac{19\pi}{24}$.
Ответ: $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$
14. (2016.2) Найдите значение выражения $\cos^4 \frac{7\pi}{24} + \sin^4 \frac{11\pi}{24} + \sin^4 \frac{17\pi}{24} + \cos^4 \frac{13\pi}{24}$.
Ответ: $\frac{3}{2}$
15. (2016.3) Найдите значение выражения $4 \sin 40^\circ - \operatorname{tg} 40^\circ$.
Ответ: $\sqrt{3}$
16. (2016.3) Найдите значение выражения $4 \operatorname{ctg} 50^\circ - 4 \cos 50^\circ$.
Ответ: $-\sqrt{3}$
17. (2016.1) Известно, что $\operatorname{tg}(2\alpha - \beta) + 6 \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} \beta = 0$, $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Найдите $\operatorname{ctg} \beta$.
Ответ: 1 или $\frac{1}{7}$
18. (2016.1) Известно, что $\operatorname{tg}(\alpha + 2\gamma) + 2 \operatorname{tg} \alpha - 4 \operatorname{tg} 2\gamma = 0$, $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{3}$. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$.
Ответ: 2 или $\frac{1}{3}$
19. (2015.1) Решите уравнение $\frac{|\sin x| - \sin 3x}{\cos x \cos 2x} = 2\sqrt{3}$.
Ответ: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
20. (2015.1) Решите уравнение $\frac{|\cos x| + \cos 3x}{\sin x \cos 2x} = -2\sqrt{3}$.
Ответ: $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$, $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
21. (2015.2) Дана функция $g(x) = \frac{4 \cos^4 x + 5 \sin^2 x}{4 \sin^4 x + 3 \cos^2 x}$. Найдите
(а) корни уравнения $g(x) = \frac{4}{3}$; (б) наибольшее и наименьшее значения $g(x)$.
Ответ: $x = \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$); $g_{\min} = \frac{5}{4}$, $g_{\max} = \frac{55}{39}$.
22. (2015.2) Дана функция $g(x) = \frac{4 \sin^4 x + 7 \cos^2 x}{4 \cos^4 x + \sin^2 x}$. Найдите
(а) корни уравнения $g(x) = 4$; (б) наибольшее и наименьшее значения $g(x)$.
Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); $g_{\min} = \frac{7}{4}$, $g_{\max} = \frac{21}{5}$.
23. (2015.1) Известно, что $\sin y = \frac{3}{2} \sin x + \frac{2}{3} \cos x$, $\cos y = \frac{2}{3} \sin x + \frac{3}{2} \cos x$. Найдите $\sin 2x$.
Ответ: $-\frac{61}{72}$
24. (2015.1) Известно, что $\sin y = 2 \cos x + \frac{5}{2} \sin x$, $\cos y = 2 \sin x + \frac{5}{2} \cos x$. Найдите $\sin 2x$.
Ответ: $-\frac{37}{40}$