

# Метод математической индукции

7-8 класс

1. Докажите, что...

(a) ...  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$ ;

(b) ...  $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ корней}} < 2$ .

2. Докажите, что...

(a) ...  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$ ;

(b) ...  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$ .

3. Докажите, что...

(a) ... правильный треугольник можно разрезать на  $n$  правильных треугольников для любого  $n \geq 6$ ;

(b) ... квадрат можно разрезать на  $n$  квадратов для любого  $n \geq 6$ .

4. Какую сумму денег может (без сдачи) выдать банк, если у него в распоряжении есть неограниченное количество...

(a) ... купюр по 3 и 5 рублей?

(b) ... купюр по 21 и 35 рублей?

5. Докажите, что для всех натуральных  $n$  число, записываемое  $3^n$  единицами, делится на  $3^n$ .

6. На какое максимальное число областей делят плоскость...

(a) ...  $n$  прямых?

(b) ...  $n$  окружностей?

7. Известно, что  $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{Z}$ . Докажите, что  $z^n + \frac{1}{z^n} \in \mathbb{Z}$  при любом  $n \in \mathbb{N}$ .

# Метод математической индукции

7-8 класс

1. Докажите, что...

(a) ...  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$ ;

(b) ...  $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ корней}} < 2$ .

2. Докажите, что...

(a) ...  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$ ;

(b) ...  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$ .

3. Докажите, что...

(a) ... правильный треугольник можно разрезать на  $n$  правильных треугольников для любого  $n \geq 6$ ;

(b) ... квадрат можно разрезать на  $n$  квадратов для любого  $n \geq 6$ .

4. Какую сумму денег может (без сдачи) выдать банк, если у него в распоряжении есть неограниченное количество...

(a) ... купюр по 3 и 5 рублей?

(b) ... купюр по 21 и 35 рублей?

5. Докажите, что для всех натуральных  $n$  число, записываемое  $3^n$  единицами, делится на  $3^n$ .

6. На какое максимальное число областей делят плоскость...

(a) ...  $n$  прямых?

(b) ...  $n$  окружностей?

7. Известно, что  $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{Z}$ . Докажите, что  $z^n + \frac{1}{z^n} \in \mathbb{Z}$  при любом  $n \in \mathbb{N}$ .