

Метод математической индукции

7-8 класс

1. Докажите, что...

(a) ... $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$;

(b) ... $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ корней}} < 2$.

2. Докажите, что...

(a) ... $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$;

(b) ... $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$.

3. Докажите, что...

(a) ... правильный треугольник можно разрезать на n правильных треугольников для любого $n \geq 6$;

(b) ... квадрат можно разрезать на n квадратов для любого $n \geq 6$.

4. Какую сумму денег может (без сдачи) выдать банк, если у него в распоряжении есть неограниченное количество...

(a) ... купюр по 3 и 5 рублей?

(b) ... купюр по 21 и 35 рублей?

5. Докажите, что для всех натуральных n число, записываемое 3^n единицами, делится на 3^n .

6. На какое максимальное число областей делят плоскость...

(a) ... n прямых?

(b) ... n окружностей?

7. Известно, что $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{Z}$. Докажите, что $z^n + \frac{1}{z^n} \in \mathbb{Z}$ при любом $n \in \mathbb{N}$.

Метод математической индукции

7-8 класс

1. Докажите, что...

(a) ... $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$;

(b) ... $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ корней}} < 2$.

2. Докажите, что...

(a) ... $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$;

(b) ... $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$.

3. Докажите, что...

(a) ... правильный треугольник можно разрезать на n правильных треугольников для любого $n \geq 6$;

(b) ... квадрат можно разрезать на n квадратов для любого $n \geq 6$.

4. Какую сумму денег может (без сдачи) выдать банк, если у него в распоряжении есть неограниченное количество...

(a) ... купюр по 3 и 5 рублей?

(b) ... купюр по 21 и 35 рублей?

5. Докажите, что для всех натуральных n число, записываемое 3^n единицами, делится на 3^n .

6. На какое максимальное число областей делят плоскость...

(a) ... n прямых?

(b) ... n окружностей?

7. Известно, что $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{Z}$. Докажите, что $z^n + \frac{1}{z^n} \in \mathbb{Z}$ при любом $n \in \mathbb{N}$.