Жизнь остатков

7-8 классы

1. Известно, что число n даёт остаток 12 при делении на 30. Какой остаток оно может давать при делении на...
   (a) ... 60?
   (b) ... 45?

2. Известно, что $a \equiv_{26} 14$, $b \equiv_{26} 20$. Найдите все целые x, для которых...
   (a) ... $a + b \equiv_{26} x$
   (b) ... $a \cdot b \equiv_{26} x$.

3. Найдите остаток от деления...
   (a) ... суммы первых 6 натуральных чисел на 7.
   (b) ... суммы первых 28 натуральных чисел на 29.

4. Постройте таблицу умножения
   (a) ... по модулю 7.
   (b) ... по модулю 29.

5. Найдите остаток от деления...
   (a) ... 6! на 7.
   (b) ... 28! на 29.

6. Для каждого остатка $c \in \{1, 2, ..., p-1\}$ найдите его *порядок* — наименьшее такое $k \in \mathbb{N}$, что $c^k \equiv_p 1$ (т.е. наименьшую натуральную степень, в которой этот остаток даёт 1).
   (a) $p = 7$.
   (b) $p = 29$.

!! **Малая теорема Ферма.**

Пусть p — простое число. Для любого $c \in \{1, 2, ..., p-1\}$ справедливо $c^{p-1} \equiv_p 1$.

7. Рассмотрим уравнение $7x + 29y = 1$.
   (a) Какой остаток должен давать x при делении на 29? Какой остаток должен давать y при делении на 7?
   (b) Найдите все целочисленные решения x, y этого уравнения.

! Уравнение вида $\alpha x + \beta y = \gamma$ (α, β, γ — данные целые числа, x, y — целые неизвестные) называются *линейными диофантовыми уравнениями с двумя неизвестными*.

Жизнь остатков

7-8 классы

1. Известно, что число n даёт остаток 12 при делении на 30. Какой остаток оно может давать при делении на...
   (a) ... 60?
   (b) ... 45?

2. Известно, что $a \equiv_{26} 14$, $b \equiv_{26} 20$. Найдите все целые x, для которых...
   (a) ... $a + b \equiv_{26} x$
   (b) ... $a \cdot b \equiv_{26} x$.

3. Найдите остаток от деления...
   (a) ... суммы первых 6 натуральных чисел на 7.
   (b) ... суммы первых 28 натуральных чисел на 29.

4. Постройте таблицу умножения
   (a) ... по модулю 7.
   (b) ... по модулю 29.

5. Найдите остаток от деления...
   (a) ... 6! на 7.
   (b) ... 28! на 29.

6. Для каждого остатка $c \in \{1, 2, ..., p-1\}$ найдите его *порядок* — наименьшее такое $k \in \mathbb{N}$, что $c^k \equiv_p 1$ (т.е. наименьшую натуральную степень, в которой этот остаток даёт 1).
   (a) $p = 7$.
   (b) $p = 29$.

!! **Малая теорема Ферма.**

Пусть p — простое число. Для любого $c \in \{1, 2, ..., p-1\}$ справедливо $c^{p-1} \equiv_p 1$.

7. Рассмотрим уравнение $7x + 29y = 1$.
   (a) Какой остаток должен давать x при делении на 29? Какой остаток должен давать y при делении на 7?
   (b) Найдите все целочисленные решения x, y этого уравнения.

! Уравнение вида $\alpha x + \beta y = \gamma$ (α, β, γ — данные целые числа, x, y — целые неизвестные) называются *линейными диофантовыми уравнениями с двумя неизвестными.*