

Многочлены и прогрессии *МФТИ*

1. **(2016.2)** Найдите значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$, где a и b — соответственно наибольший и наименьший корни уравнения $x^3 - 7x^2 + 7x = 1$.
2. **(2017.1)** Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили x^2 , его наибольшее значение увеличилось на $\frac{27}{2}$, а когда из него вычли $4x^2$, его наибольшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наибольшее значение $f(x)$, если из него вычтеть $2x^2$?
3. **(2017.1)** Известно, что для трёх последовательных натуральных значений аргумента квадратичная функция $f(x)$ принимает соответственно значения 6, 5 и 5. Найдите наименьшее возможное значение $f(x)$.
4. **(2017.5)** Известно, что одним из корней уравнения $x^2 - 4a^2b^2x = 4$ является $x_1 = (a^2 + b^2)^2$. Найдите $a^4 - b^4$.
5. **(2016.1)** Найдите все значения p , при каждом из которых числа $9p + 10$, $3p$ и $|p - 8|$ являются соответственно первым, вторым и третьим членами некоторой геометрической прогрессии.

Многочлены и прогрессии *МГУ*

6. Среди первых двадцати пяти членов арифметической прогрессии сумма членов с нечётными номерами на 19 больше, чем с чётными. Найдите двенадцатый член прогрессии, если её двадцатый член равен утроенному девятому.
7. Найдите $\underbrace{f(\dots(f(f(6))\dots))}_n$, где $f(x) = \frac{1}{5}x + 4$.
8. Последовательность a_1, a_2, \dots при каждом натуральном n удовлетворяет условию $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2, & \text{если } n \text{ нечётно} \\ 2a_n, & \text{если } n \text{ чётно} \end{cases}$. Найдите a_{1999} , если $a_1 = 0$.
9. Про числа $a < 0$ и b известно, что уравнение $ax^2 + bx + 2 = 0$ имеет одним из своих корней число $x = 7$. Решите неравенство $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$.
10. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $x^2 + 2y^2$ при условии $x^2 - xy + 2y^2 = 1$.

Многочлены и прогрессии *МФТИ*

1. **(2016.2)** Найдите значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$, где a и b — соответственно наибольший и наименьший корни уравнения $x^3 - 7x^2 + 7x = 1$.
2. **(2017.1)** Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили x^2 , его наибольшее значение увеличилось на $\frac{27}{2}$, а когда из него вычли $4x^2$, его наибольшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наибольшее значение $f(x)$, если из него вычтуть $2x^2$?
3. **(2017.1)** Известно, что для трёх последовательных натуральных значений аргумента квадратичная функция $f(x)$ принимает соответственно значения 6, 5 и 5. Найдите наименьшее возможное значение $f(x)$.
4. **(2017.5)** Известно, что одним из корней уравнения $x^2 - 4a^2b^2x = 4$ является $x_1 = (a^2 + b^2)^2$. Найдите $a^4 - b^4$.
5. **(2016.1)** Найдите все значения p , при каждом из которых числа $9p + 10$, $3p$ и $|p - 8|$ являются соответственно первым, вторым и третьим членами некоторой геометрической прогрессии.

Многочлены и прогрессии *МГУ*

6. Среди первых двадцати пяти членов арифметической прогрессии сумма членов с нечётными номерами на 19 больше, чем с чётными. Найдите двенадцатый член прогрессии, если её двадцатый член равен утроенному девятому.
7. Найдите $\underbrace{f(\dots(f(f(6))\dots))}_n$, где $f(x) = \frac{1}{5}x + 4$.
8. Последовательность a_1, a_2, \dots при каждом натуральном n удовлетворяет условию $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2, & \text{если } n \text{ нечётно} \\ 2a_n, & \text{если } n \text{ чётно} \end{cases}$. Найдите a_{1999} , если $a_1 = 0$.
9. Про числа $a < 0$ и b известно, что уравнение $ax^2 + bx + 2 = 0$ имеет одним из своих корней число $x = 7$. Решите неравенство $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$.
10. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $x^2 + 2y^2$ при условии $x^2 - xy + 2y^2 = 1$.