

Логарифмические задачи МГУ

1. Решите неравенство $49^{\log_x 5} - 7^{\log_x 5} - 2 \geq 0$.

2. Решите неравенство $\frac{\log_2 x - 3}{6 \log_x 2 - 1} \geq 2$.

3. Решите уравнение $\log_{2x+3}(x-2)^2 = \log_{\frac{x}{6} + \frac{1}{2}}(x-2)^2$.

4. Решите неравенство $\frac{1 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+4} + \log_{1/2}(13-x)}{|x^2 + 2x - 3| - |2x^2 - 10x + 8|} \geq 0$.

5. Решите неравенство $(4-x)^{x^2-9} - \sin^2 10^\circ < (4-x)^{\log_{\cos 10^\circ}^{-1} \sqrt{4-x}}$.

6. Решите неравенство $\frac{\log_{21+4x-x^2}(7-x)}{\log_{x+3}(21+4x-x^2)} < \frac{1}{4}$.

7. Решите неравенство $17^{\log_{17} \log_3 x} > 3^{\log_{\frac{1}{3}} \log_{17} x}$.

8. Найдите все x , при которых числа

$$\log_2(2x^2 + 4x), \quad \log_2(8 - x^2 - 19x), \quad \log_2(x^2 - 15x + 7, 5)$$

являются длинами сторон некоторого равнобедренного треугольника.

9. Решите уравнение $|\log_2(2x+7)| = \log_2(1+|x+3|) + \log_2(1-|x+3|)$.

10. При каждом a найдите все $x \leq 1$ такие, что $\frac{\log_2(|a|x^2 - 3x + 4)}{\log_2(-3x + 4)} = 5^{-|x|(x+1)^2}$.

11. Решите уравнение $3^{(x+2)/(3x-4)} - 7 = 2 \cdot 3^{(5x-10)/(3x-4)}$.

12. Числа a_1, \dots, a_5 при $n = 2, 3, 4$ удовлетворяют равенствам

$$\log_2 a_n \cdot \log_2(a_{n-1}a_{n+1}) = \log_2 a_{n-1} \cdot \log_2 a_{n+1} \cdot \log_2(4a_n^2),$$

причём $a_1 = 2$, $a_5 = 2^{1/25}$. Найдите $\log_2(a_2 + 2a_3 - a_4^4)$.

13. Решите неравенство $\frac{\log_7(19 - 16x|x|) - \log_{49}(1 - 4x)^2}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0$.

14. Решите неравенство $\left(2x + \frac{10}{x}\right) \left| \log_{x-\frac{3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right| \leq 9 \left| \log_{x-\frac{3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right|$.

Логарифмические задачи МГУ

1. Решите неравенство $49^{\log_x 5} - 7^{\log_x 5} - 2 \geq 0$.

2. Решите неравенство $\frac{\log_2 x - 3}{6 \log_x 2 - 1} \geq 2$.

3. Решите уравнение $\log_{2x+3}(x-2)^2 = \log_{\frac{x}{6} + \frac{1}{2}}(x-2)^2$.

4. Решите неравенство $\frac{1 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+4} + \log_{1/2}(13-x)}{|x^2 + 2x - 3| - |2x^2 - 10x + 8|} \geq 0$.

5. Решите неравенство $(4-x)^{x^2-9} - \sin^2 10^\circ < (4-x)^{\log_{\cos 10^\circ}^{-1} \sqrt{4-x}}$.

6. Решите неравенство $\frac{\log_{21+4x-x^2}(7-x)}{\log_{x+3}(21+4x-x^2)} < \frac{1}{4}$.

7. Решите неравенство $17^{\log_{17} \log_3 x} > 3^{\log_{\frac{1}{3}} \log_{17} x}$.

8. Найдите все x , при которых числа

$$\log_2(2x^2 + 4x), \quad \log_2(8 - x^2 - 19x), \quad \log_2(x^2 - 15x + 7, 5)$$

являются длинами сторон некоторого равнобедренного треугольника.

9. Решите уравнение $|\log_2(2x+7)| = \log_2(1+|x+3|) + \log_2(1-|x+3|)$.

10. При каждом a найдите все $x \leq 1$ такие, что $\frac{\log_2(|a|x^2 - 3x + 4)}{\log_2(-3x + 4)} = 5^{-|x|(x+1)^2}$.

11. Решите уравнение $3^{(x+2)/(3x-4)} - 7 = 2 \cdot 3^{(5x-10)/(3x-4)}$.

12. Числа a_1, \dots, a_5 при $n = 2, 3, 4$ удовлетворяют равенствам

$$\log_2 a_n \cdot \log_2(a_{n-1}a_{n+1}) = \log_2 a_{n-1} \cdot \log_2 a_{n+1} \cdot \log_2(4a_n^2),$$

причём $a_1 = 2$, $a_5 = 2^{1/25}$. Найдите $\log_2(a_2 + 2a_3 - a_4^4)$.

13. Решите неравенство $\frac{\log_7(19 - 16x|x|) - \log_{49}(1 - 4x)^2}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0$.

14. Решите неравенство $\left(2x + \frac{10}{x}\right) \left| \log_{x-\frac{3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right| \leq 9 \left| \log_{x-\frac{3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right|$.