

МАТЕМАТИКА

Теорема Рамсея

Шарич Владимир Златкович



Математическая
школа

Математическая школа

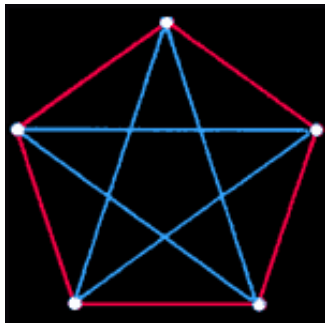
2018/2019

Собралась компания из 5 человек. Любые двое либо знакомы, либо не знакомы. Можно ли утверждать, что какие-то 3 знакомы друг с другом или какие-то 3 не знакомы друг с другом?

Собралась компания из 6 человек. Любые двое либо знакомы, либо не знакомы. Можно ли утверждать, что какие-то 3 знакомы друг с другом или какие-то 3 не знакомы друг с другом?

Число Рамсея

Так и запишем: $\mathcal{R}(3, 3) = 6$.

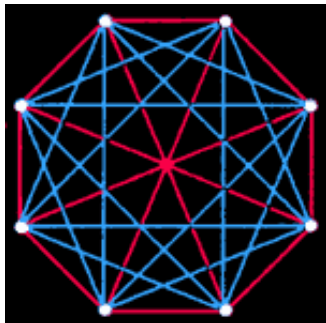


Собралась компания из 8 человек. Любые двое либо знакомы, либо не знакомы. Можно ли утверждать, что какие-то 3 знакомы друг с другом или какие-то 4 не знакомы друг с другом?

Собралась компания из 9 человек. Любые двое либо знакомы, либо не знакомы. Можно ли утверждать, что какие-то 3 знакомы друг с другом или какие-то 4 не знакомы друг с другом?

Число Рамсея

Так и запишем: $\mathcal{R}(3, 4) = 9$.



Укажите какое-либо число людей, при котором можно гарантировать, что найдутся 4 знакомых друг с другом или 4 не знакомых друг с другом людей.

И что — так будет всегда?

И что — так будет всегда?

Для любых a, b найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b)$$

такое, что в любой компании из

$$n \geq \mathcal{R}(a, b)$$

человек найдутся либо a человек, которые попарно знакомы, либо b человек, которые попарно незнакомы.

И что — так будет всегда?

Для любых a, b найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b)$$

такое, что в любой компании из

$$n \geq \mathcal{R}(a, b)$$

человек найдутся либо a человек, которые попарно знакомы, либо b человек, которые попарно незнакомы.

Подсказка: поможет оценка

$$\mathcal{R}(a, b) \leq \mathcal{R}(a - 1, b) + \mathcal{R}(a, b - 1).$$

Как обстоят дела с бесконечностью?

Как обстоят дела с бесконечностью?

Собралась компания из бесконечного числа людей. Любые двое либо знакомы, либо не знакомы. Докажите, что найдётся бесконечное подмножество людей, которые все знакомы друг с другом или все не знакомы друг с другом.

Что если несколько типов связей?

Что если несколько типов связей?

17 ученых переписываются по математике, физике, биологии. При этом любая пара ученых переписывается ровно по одной дисциплине. Можно ли утверждать, что можно выбрать 3 ученых, которые переписываются по какой-то одной дисциплине?

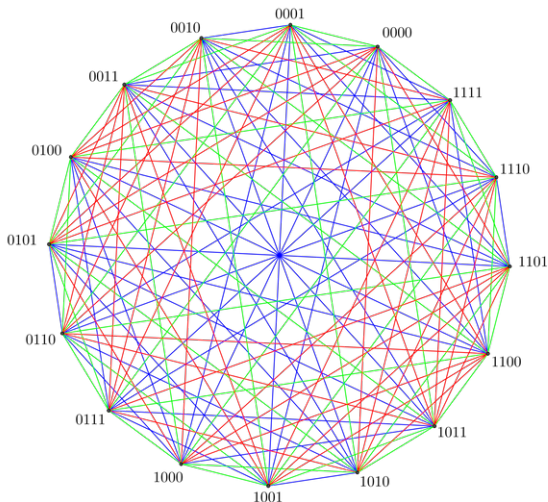
Что если несколько типов связей?

Что если несколько типов связей?

16 ученых переписываются по математике, физике, биологии. При этом любая пара ученых переписывается ровно по одной дисциплине. Можно ли утверждать, что можно выбрать 3 ученых, которые переписываются по какой-то одной дисциплине?

Число Рамсея

Так и запишем: $\mathcal{R}(3, 3, 3) = 17$.



А так будет всегда?

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

... a учёных, которые попарно переписываются по первой дисциплине,...

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

... a учёных, которые попарно переписываются по первой дисциплине,...

... или b учёных, которые попарно переписываются по второй дисциплине,...

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

... a учёных, которые попарно переписываются по первой дисциплине,...

... или b учёных, которые попарно переписываются по второй дисциплине,...

... или c учёных, которые попарно переписываются по третьей дисциплине,...

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

... a учёных, которые попарно переписываются по первой дисциплине,...

... или b учёных, которые попарно переписываются по второй дисциплине,...

... или c учёных, которые попарно переписываются по третьей дисциплине,...

итд.

А так будет всегда?

Для любых a, b, c, \dots найдётся число

$$\mathcal{R}(a, b, c, \dots)$$

такое, что в любой компании из $n \geq \mathcal{R}(a, b, c, \dots)$ учёных найдутся...

... a учёных, которые попарно переписываются по первой дисциплине,...

... или b учёных, которые попарно переписываются по второй дисциплине,...

... или c учёных, которые попарно переписываются по третьей дисциплине,...

итд.

Подсказка: поможет оценка $\mathcal{R}(a, b, c, \dots) \leq$

$\mathcal{R}(a-1, b, c, \dots) + \mathcal{R}(a, b-1, c, \dots) + \mathcal{R}(a, b, c-1, \dots) + \dots$

Как обстоят дела с бесконечностью?

Как обстоят дела с бесконечностью?

Бесконечное число учёных попарно переписываются по конечному числу дисциплин. Докажите, что найдётся бесконечное подмножество учёных, любые два из которых переписываются по какой-то одной и той же дисциплине.

А что дальше?

А что дальше?

Вместо пар — тройки, четвёрки, ...

А что дальше?

Вместо пар — тройки, четвёрки, ...

Теорема Эрдёша–Секереша–Клейн

А что дальше?

Вместо пар — тройки, четвёрки, ...

Теорема Эрдёша–Секереша–Клейн

Каким бы ни было число n , среди достаточно большого количества точек общего положения на плоскости обязательно найдётся выпуклый n -угольник.

Кто все эти люди?

Кто все эти люди?

Рамсей

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламптон
(Англия, 1903–1930)

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламpton
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш Дьёрдь

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламптон
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш Дьёрдь
(Венгрия, Австралия, 1911–2005)

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламптон
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш Дьёрдь
(Венгрия, Австралия, 1911–2005)

Клейн

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламптон
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш Дьёрдь
(Венгрия, Австралия, 1911–2005)

Клейн Эстер

Кто все эти люди?

Рамсей Фрэнк Пламптон
(Англия, 1903–1930)

Эрдёш Пал
(Мир, 1913–1996)

Секереш Дьёрдь
(Венгрия, Австралия, 1911–2005)

Клейн Эстер
(Венгрия, Австралия, 1910–2005)

Удачных занятий математикой!

Шарич В.З.
mathschool.ru/sharich



Фоксфорд



Высшая школа экономики
Национальный исследовательский университет



Математическая
школа



Центр
Педагогического
Мастерства

Летняя школа «Математика в Сербии»

24 июня – 11 июля 2019 года | 6–10 классы
математика + туризм | mathschool.ru/serbia

