Числа сочетаний (*группа «9 класс»*)

1. Докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.
2. Докажите, что $(n-k)C_n^k = nC_{n-1}^k$.
3. На прямой в точке с координатой ноль сидит бактерия. Каждую минуту бак- терия делится (если бактерия находилась в точке J, то через минуту две бактерии находятся в точках с координатами $J-1$ и $J+1$). Если в одну точку попадают две бактерии, то они обе погибают. Как будут расположены бактерии на прямой через 2 часа и 8 минут?
4. Докажите, что $C_n^0 < C_n^1 < \ldots < C_n^{\lfloor n/2 \rfloor} = C_n^{\lceil n/2 \rceil} > \ldots > C_n^{n-1} > C_n^n$.
5. Сколько существует пятизначных чисел $\overline{abcde}$, таких что $a < b < c < d < e$?
6. Докажите, что $\sum_k C_p^k \cdot C_q^{r-k} = C_{p+q}^r$, где суммирование производится по всем значениям переменной k, для которой указанные числа сочетаний имеют смысл.
7. Сколько различных (не обязательно осмысленных) слов можно получить перестановками букв в слове ЗИМНЯЯОЛИМПИАДНАЯШКОЛА?
8. Сколькими способами 4 черных шара, 4 белых шара и 4 синих шара можно разложить в 6 различных ящиков (шары одного цвета считаются одинаковыми)?
9. По полосе длины 100 движется хромая ладья, которая может делать ходы только слева направо на любое количество клеток. В самом начале ладья находится в крайней левой клетке. Сколькими способами она может добраться до крайней правой клетки за ровно 15 ходов? А если никак не ограничивать количество ходов?
10. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы k слагаемых (суммы, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными), если все слагаемые целые и больше либо равны 5?
11. Сколько существует пятизначных чисел $\overline{abcde}$, таких что $a \leq b \leq c \leq d \leq e$?
12. Докажите, что $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots + (-1)^m C_n^m = (-1)^m C_{n-1}^m$.

Числа сочетаний (*группа «9 класс»*)

1. Докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.
2. Докажите, что $(n-k)C_n^k = nC_{n-1}^k$.
3. На прямой в точке с координатой ноль сидит бактерия. Каждую минуту бак- терия делится (если бактерия находилась в точке J, то через минуту две бактерии находятся в точках с координатами $J-1$ и $J+1$). Если в одну точку попадают две бактерии, то они обе погибают. Как будут расположены бактерии на прямой через 2 часа и 8 минут?
4. Докажите, что $C_n^0 < C_n^1 < \ldots < C_n^{\lfloor n/2 \rfloor} = C_n^{\lceil n/2 \rceil} > \ldots > C_n^{n-1} > C_n^n$.
5. Сколько существует пятизначных чисел $\overline{abcde}$, таких что $a < b < c < d < e$?
6. Докажите, что $\sum_k C_p^k \cdot C_q^{r-k} = C_{p+q}^r$, где суммирование производится по всем значениям переменной k, для которой указанные числа сочетаний имеют смысл.
7. Сколько различных (не обязательно осмысленных) слов можно получить перестановками букв в слове ЗИМНЯЯОЛИМПИАДНАЯШКОЛА?
8. Сколькими способами 4 черных шара, 4 белых шара и 4 синих шара можно разложить в 6 различных ящиков (шары одного цвета считаются одинаковыми)?
9. По полосе длины 100 движется хромая ладья, которая может делать ходы только слева направо на любое количество клеток. В самом начале ладья находится в крайней левой клетке. Сколькими способами она может добраться до крайней правой клетки за ровно 15 ходов? А если никак не ограничивать количество ходов?
10. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы k слагаемых (суммы, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными), если все слагаемые целые и больше либо равны 5?
11. Сколько существует пятизначных чисел $\overline{abcde}$, таких что $a \le b \le c \le d \le e$?
12. Докажите, что $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots + (-1)^m C_n^m = (-1)^m C_{n-1}^m$.