

## Комбинаторика

### Разминка

1. Разместите на шахматной доске максимальное возможное количество... **а)** ладей (сколькими способами это можно сделать?); **б)** королей; **в)** слонов; **г)** коней; **д)** ферзей.

### Подсчет двумя способами

2. На столе белой стороной кверху лежали 100 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля — 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались лежащими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?
3. На некоторые клетки квадратной доски  $4 \times 4$  выкладывают стопкой золотые монеты, а на остальные клетки — серебряные. Можно ли положить монеты так, чтобы в каждом квадрате  $3 \times 3$  серебряных монет было больше, чем золотых, а на всей доске золотых было больше, чем серебряных?
4. На доске записано несколько последовательных натуральных чисел. Ровно 52% из них — четные. Сколько четных чисел записано на доске?

### Оценка + Пример

5. Саша начертил квадрат размером  $6 \times 6$  клеток и поочередно закрашивает в нем по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма.
6. Десять футбольных команд сыграли каждая с каждой по одному разу. В результате у каждой команды оказалось ровно по  $x$  очков. Каково наибольшее возможное значение  $x$ ?
7. Вася придумал новую шахматную фигуру «бегемот». Один бегемот (обозначим его А) бьет другого (обозначим его В), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, а следующая по диагонали клетка за бегемотом В свободна. Какое наибольшее количество бегемотов можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

### Дополнительно

8. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за 5 дней старик поймал ровно 100 рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

## Комбинаторика

### Разминка

1. Разместите на шахматной доске максимальное возможное количество... **а)** ладей (сколькими способами это можно сделать?); **б)** королей; **в)** слонов; **г)** коней; **д)** ферзей.

### Подсчет двумя способами

2. На столе белой стороной кверху лежали 100 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля — 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались лежащими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?
3. На некоторые клетки квадратной доски  $4 \times 4$  выкладывают стопкой золотые монеты, а на остальные клетки — серебряные. Можно ли положить монеты так, чтобы в каждом квадрате  $3 \times 3$  серебряных монет было больше, чем золотых, а на всей доске золотых было больше, чем серебряных?
4. На доске записано несколько последовательных натуральных чисел. Ровно 52% из них — четные. Сколько четных чисел записано на доске?

### Оценка + Пример

5. Саша начертил квадрат размером  $6 \times 6$  клеток и поочередно закрашивает в нем по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма.
6. Десять футбольных команд сыграли каждая с каждой по одному разу. В результате у каждой команды оказалось ровно по  $x$  очков. Каково наибольшее возможное значение  $x$ ?
7. Вася придумал новую шахматную фигуру «бегемот». Один бегемот (обозначим его А) бьет другого (обозначим его В), если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, а следующая по диагонали клетка за бегемотом В свободна. Какое наибольшее количество бегемотов можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

### Дополнительно

8. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за 5 дней старик поймал ровно 100 рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?