

Дружеский математический бой. FULL

1. Влада и Ната играют в игру. Они по очереди слева направо записывают цифры: либо единицу, либо двойку. Проигрывает тот, после чьего хода несколько последних цифр составляют число, делящееся на 7 без остатка. Влада ходит первым. Может ли кто-нибудь из игроков победить, как бы ни играл соперник?

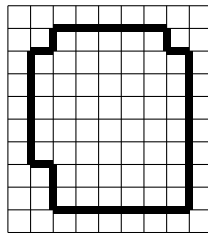
2. Дана дробь $1/3$. Разрешены операции:

- (i) увеличить числитель на 2015,
- (ii) увеличить знаменатель на 2016,
- (iii) сократить дробь.

Можно ли с помощью только этих операций получить дробь $5/8$?

3. Имеется клетчатый прямоугольник 2014×2015 . Его разрезали на несколько квадратов по линиям сетки. Какое наименьшее число квадратов с нечетной стороной могло оказаться после разрезания?

4. Можно ли разрезать фигуру



на тетрамино ? Тетрамино разрешается поворачивать и переворачивать.

5. Про числа $a, b, c \in \mathbb{R}$ известно, что $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c}$. Какие значения может принимать выражение $(a+b)(b+c)(c+a)/abc$?

6. Множество A состоит из всех шестизначных чисел с суммой цифр 47 и всех пятизначных чисел с суммой цифр 38; множество B состоит из всех шестизначных чисел с суммой 45 и всех пятизначных чисел с суммой цифр 36. В каком множестве больше элементов: A или B ?

7. Дан равносторонний треугольник ABC . На его сторонах AB , BC и CA взяты точки P , Q , R такие, что $AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 2 : 1$. Докажите, что у треугольника PQR стороны перпендикулярны сторонам треугольника ABC .

8. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ на стороне AD выбрана точка E , для которой $BE > AB$. Известно, что $AC > CD$. Докажите, что $ED < 2BC$.

Prijateljska matematička bitka. FULL

1. Vlada i Nata igraju u igru. Oni naizmenično upisuju sleva na desno cifre: ili jedinicu, ili dvojku. Gubi onaj posle čijeg poteza nekoliko poslednjih cifara daju broj deljiv sa 7 bez ostatka. Počinje Vlada. Da li jedan od igrača može da pobedi bez obzira na igru protivnika?

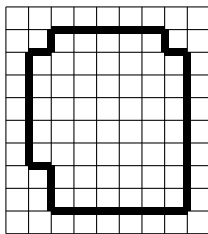
2. Dat je razlomak $\frac{1}{3}$. Dozvoljene su operacije:


- (i) povećati brojilac za 2015,
- (ii) povećati imenilac za 2016,
- (iii) skratiti razlomak.

Da li se pomoću samo tih operacija može dobiti razlomak $\frac{5}{8}$?

3. Pravougaona tabla 2014×2015 je podeljena na nekoliko kvadrata duž linija mreže. Koji se najmanji mogući broj kvadrata sa neparnom stranicom mogao dobiti?

4. Da li se figura



može podeliti na tetramino ? Dozvoljeno je okretati tetramino.

5. Brojevi $a, b, c \in \mathbb{R}$ su takvi da je $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c}$. Koje vrednosti može da prima izraz $(a+b)(b+c)(c+a)/abc$?

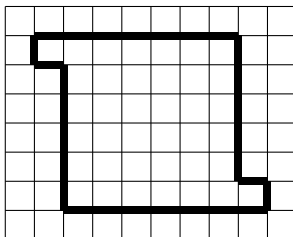
6. Skup A sadrži sve šestocifrene brojeve čiji je zbir cifara 47 i sve petocifrene brojeve čiji je zbir cifara 38; skup B sadrži sve šestocifrene brojeve čiji je zbir cifara 45 i petocifrene brojeve čiji je zbir cifara 36. Koji skup ima više elemenata: A ili B ?

7. Dat je jednakostraničan trougao ABC . Na njegovim stranicama AB , BC i CA uzete su tačke P , Q , R takve da je $AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 2 : 1$. Dokazati da su stranice trougla PQR uspravne ka stranicama trougla ABC .

8. U konveksnom četvorouglu $ABCD$ na stranici AD odabrana je tačka E takva da je $BE > AB$. Takodje je $AC > CD$. Dokazati da je $ED < 2BC$.

Дружеский математический бой. ЛІТЕ

1. Можно ли фигуру на рисунке разрезать на домино (прямоугольники 2×1 , т.е. $\square\square$)?



2. Имеется прямоугольная доска $m \times n$, причем m и n нечетны. Двое играют в игру: можно закрасить любую клетку, которая имеет ровно одну общую сторону с уже закрасенной клеткой. Первой можно закрасить любую клетку. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия: у начинающего или его соперника?

3. Русская делегация отправилась в пеший поход по Белграду. В первый час они прошли $\frac{1}{3}$ всего пути, во второй час они прошли $\frac{1}{3}$ остатка, в третий $\frac{1}{3}$ от нового остатка. В результате им осталось пройти $\frac{5}{3}$ км. Какова длина всего маршрута?

4. Марина решила сварить суп. Для этого ей надо налить ровно 5 л в кастрюлю. Как ей это сделать, если кастрюля вмещает в себя максимум 7 литров, но еще у нее есть 3-литровая банка?

Краткое напоминание правил

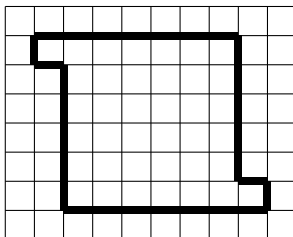
Команды по очереди вызывают соперников на какую-либо из еще не разобранных задач. Команда может либо принять вызов, либо сделать *проверку корректности*. Команда, принявшая вызов, выставляет докладчика, соперники — оппонента. Если команда требует проверку корректности, то она выставляет оппонента, а соперники — докладчика. В любой момент раунда у доски находятся и общаются два человека; кроме них и жюри, в дискуссии не участвует **никто**. Каждый участник может выходить к доске не более двух раз.

Далее докладчик, оппонент и жюри справедливо разыгрывают 12 очков за данную задачу: сначала слово предоставляется докладчику (для рассказа решения — примерно 10 минут), затем оппоненту (для дискуссии с докладчиком - примерно 10 минут), затем начинает разбираться жюри (сколько потребует). Возможны перемены ролей, если это не была проверка корректности.

Жюри всё время играет роль высшего разума, указания жюри обязаны к исполнению.

Prijateljska matematička bitka. LITE

1. Da li se figura na slici može podeliti na domino (pravougaonike 2×1 , odnosno $\square\square$)?



2. Data je pravougaona tabla $m \times n$, gde su m i n neparni. Dva igrača u jednom potezu mogu da oboje bilo koje polje koje ima tačno jednu zajedničku stranicu sa već obojenim poljima. U prvom potezu može se obojiti bilo koje polje. Gubi onaj ko ne može da napravi dozvoljeni potez. Koji od igrača ima pobedničku strategiju: onaj ko pocinje ili njegov suparnik?

3. Ruska delegacija je krenula u šetnju po Beogradu. U toku prvog sata prešli su $\frac{1}{3}$ puta, u toku drugog sata su prešli $\frac{1}{3}$ ostatka, u toku trećeg $\frac{1}{3}$ novog ostatka. Preostalo im je da predju $\frac{5}{3}$ km. Koja je dužina cele maršrute?

4. Marina je odlucila da skuva supu. Za to joj je potrebno sipati 5 l vode u šerpu. Kako da to uradi ako u šerpu staje najviše 7 litara, a Marina još ima teglu od 3 l?

Kratki podsetnik pravila

Ekipe naimenično izazivaju protivnike na bilo koji od neiskorišćenih zadataka. Ekipa može ili da primi izazov ili da zatraži *proveru ispravnosti*. Ako ekipa prima izazov onda jedan od njenih članova postaje izvestiocem, a jedan od članova protivničke ekipe postaje oponentom. Ako ekipa traži proveru ispravnosti onda jedan od njenih članova postaje oponentom, a jedan od članova protivničke ekipe — izvestiocem. U svakom trenutku u toku runde ispred table se nalaze svega dvoje; osim njih i žirija **niko** ne učestvuje u diskusiji. Svaki učesnik može izlaziti pred tablu najviše dva puta.

Dalje izvestilac, oponent i žiri pošteno dele 12 bodova za tekući zadatak: prvo izvestilac objasni svoje rešenje (za to ima oko 10 minuta), onda oponent postavlja pitanja, trudeći se da pronadje bilo koju grešku u rešenju izvestioca (oko 10 minuta), i na kraju žiri razmatra rešenje. Moguća je izmena uloga ako nije bila provera ispravnosti.

Žiri sve vreme igra ulogu višeg razuma i njegove odluke se moraju poštovati.